

<http://ccnl.psy.unipd.it>



**Center for Cognitive
Neuroscience**
/Centro di Neuroscienze
Cognitive

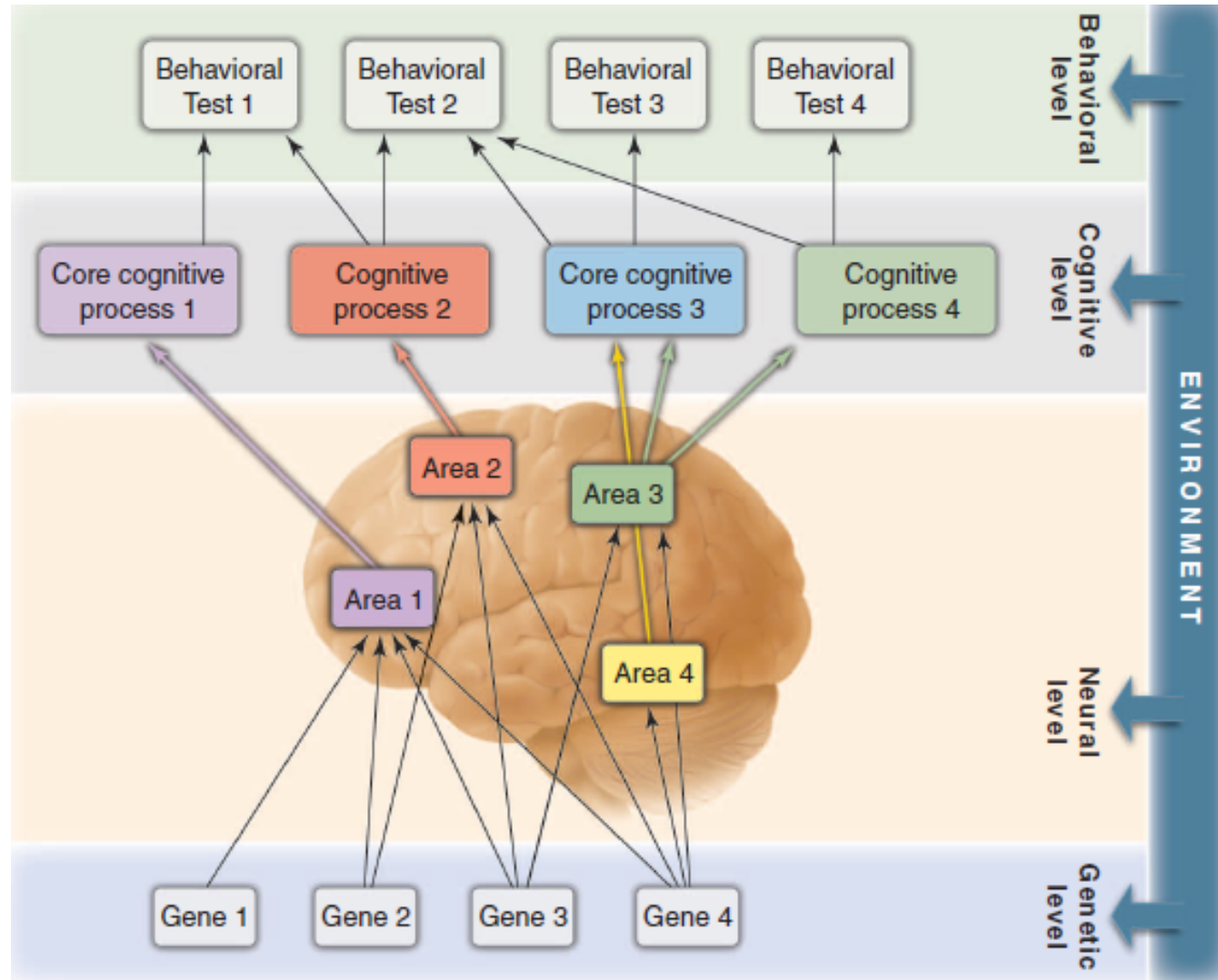


Traiettorie tipiche ed atipiche nello sviluppo delle abilità numeriche

Marco Zorzi

Università di Padova

Come studiare l'apprendimento tipico ed atipico?



Schema di modello causale per comprendere le relazioni tra livelli di spiegazione: genetico, neurale, cognitivo, e comportamentale (Morton & Frith, 1995; figura da Butterworth & Kovac, 2013)

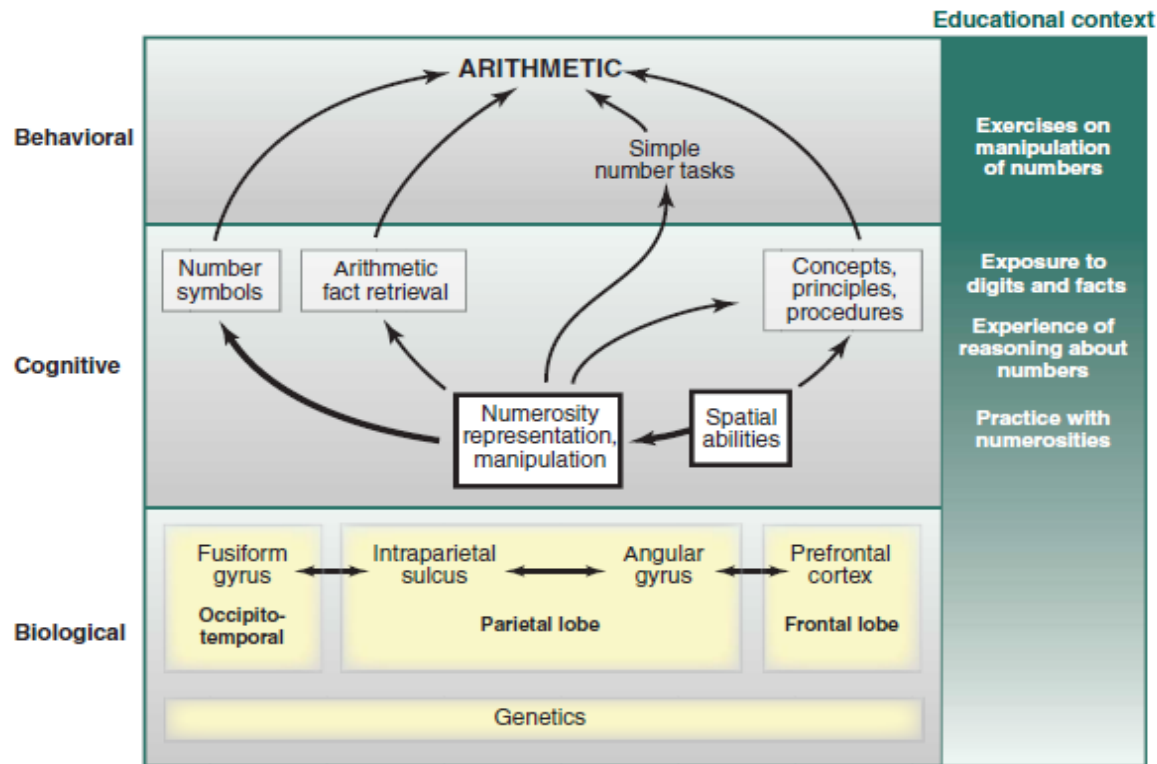
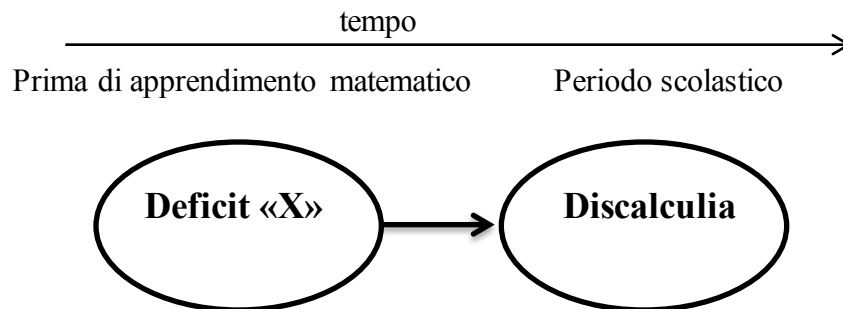


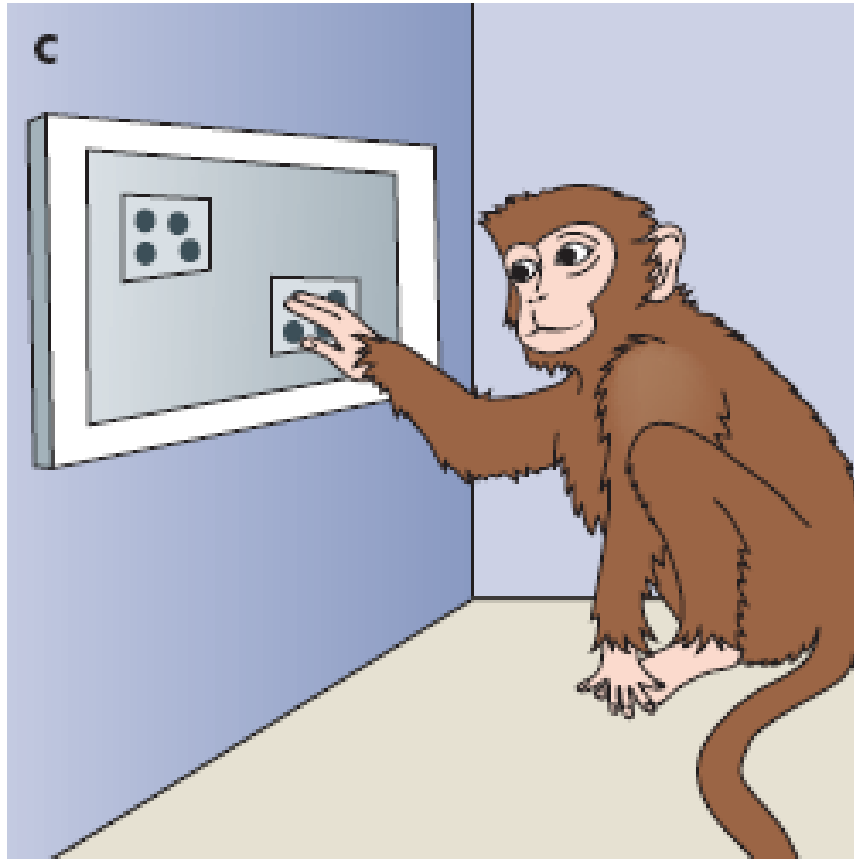
Fig. 1. Causal model of possible inter-relations between biological, cognitive, and simple behavioral levels. Here, the only environmental factors we address are educational. If parietal areas, especially the IPS, fail to develop normally, there will be an impairment at the cognitive level in numerosity representation and consequential impairments for other relevant cognitive systems revealed in behavioral abnormalities. The link between the occipitotemporal and parietal cortex is required for mapping number symbols (digits and number words) to numerosity representations. Prefrontal cortex supports learning new facts and procedures. The multiple levels of the theory suggest the instructional interventions on which educational scientists should focus.



Predizioni di un modello causale

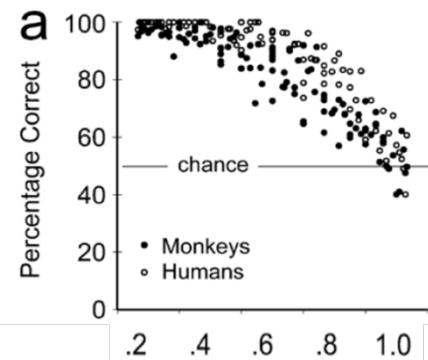
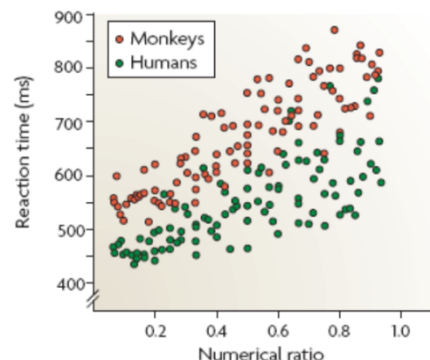
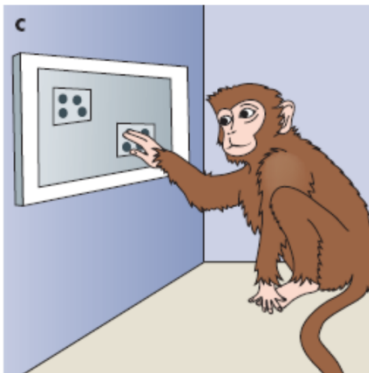
- Deficit «X» esiste prima dell'apprendimento matematico
- Severità del deficit «X» predice variazioni nella severità della difficoltà in matematica

Il “senso dei numeri”



Il “senso dei numeri”

1. *Senso dei numeri*: capacità di **riconoscere e manipolare internamente la numerosità**.
2. Abilità riscontrate in molte specie animali e a stadi precoci dello sviluppo umano (primo anno di vita). Sono abilità **preverbal**i e **non-simboliche** che non dipendono dall'educazione formale)
3. Nei primati dipende da **circuiti neurali specializzati**, la cui disfunzione è correlata ai deficit di elaborazione numerica e di calcolo (discalculia)

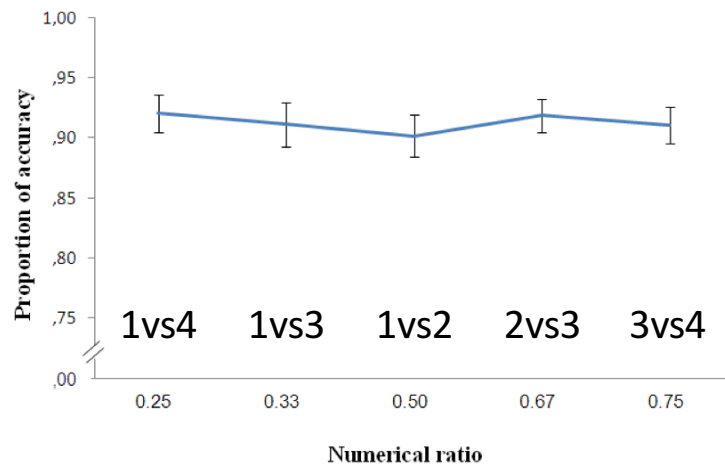


Cantlon & Brannon, 2006, Psych. Science

Competenze numeriche pre-verbali

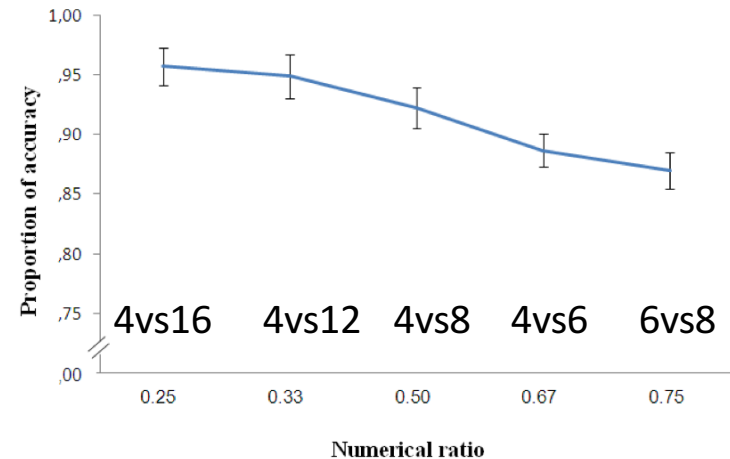
Due sistemi di quantificazione

Object Tracking System (OTS)



- Limitato a 3-4 oggetti
- Non sensibile al rapporto
- Percezione della numerosità «esatta/precisa»: **subitizing**

Approximate Number System (ANS)



- Nessun limite
- Rapporto è determinante
- Percezione della numerosità «approssimata»: **stima**

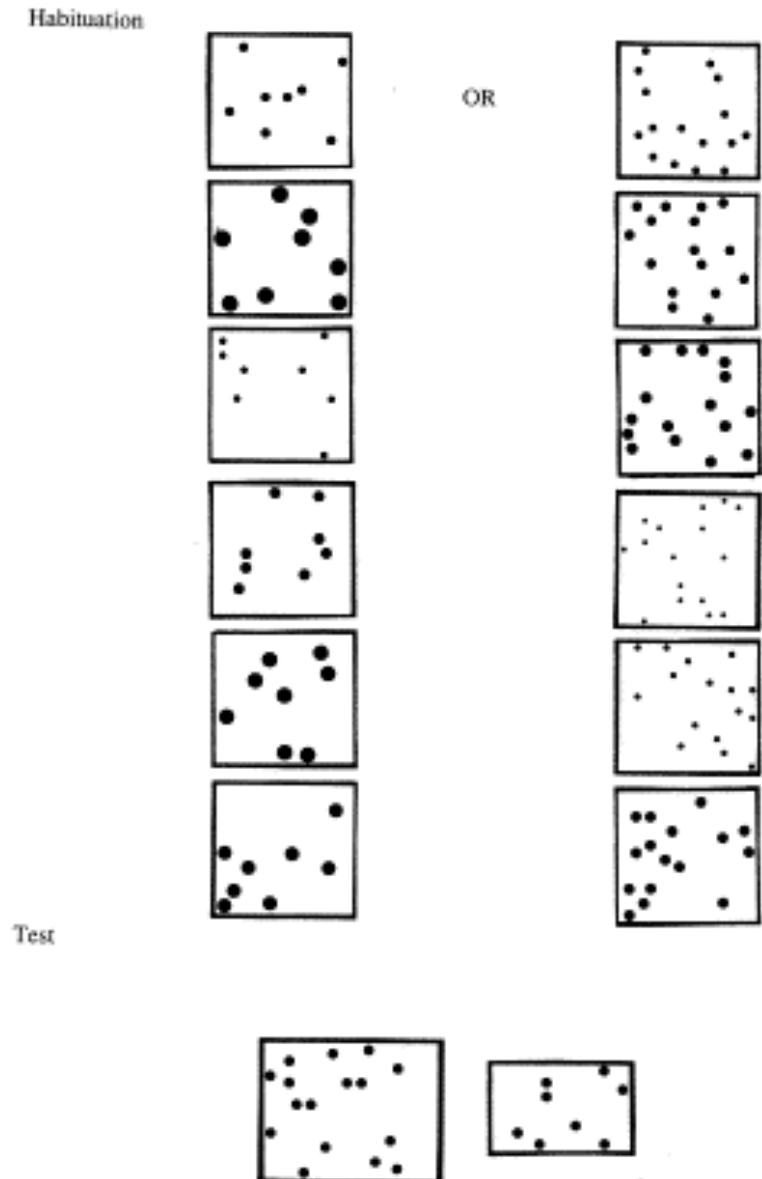
Subitizing e stima hanno basi neurali (in parte) distinte (Cutini, .., Zorzi, 2015, *Neuroimage*)

Rapporto numerico e discriminazione di numerosità

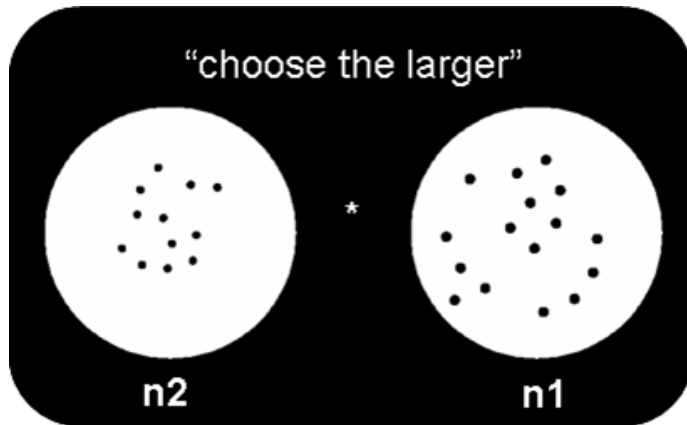
Neonati discriminano tra insiemi se il rapporto numerico è di 1:3 (es: 6 vs. 18)
(Izard et al., 2009, *PNAS*)

Bambini di 6 mesi discriminano se il rapporto è 1:2 (es: 8 vs 16)
(Xu & Spelke, 2000, *Cognition*)

Bambini di 9 mesi discriminano se il rapporto è 2:3 (es. 8 vs. 12)
(Lipton & Spelke, 2003, *Cognition*)



ANS e “acuità numerica”: la frazione di Weber (w)

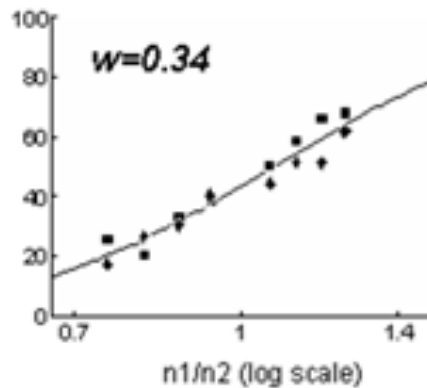


Confronto di numerosità

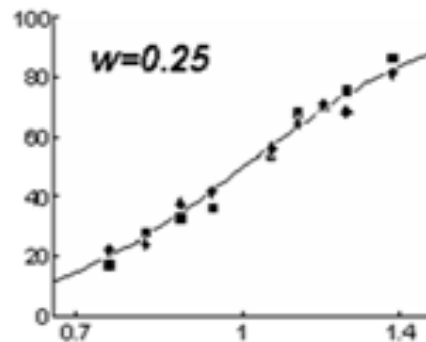
$n1$: num. di riferimento; $n2$: num. variabile

w è l'indice (individuale) dell'abilità di discriminare due numerosità (e corrisponde alla pendenza della funzione psicometrica).

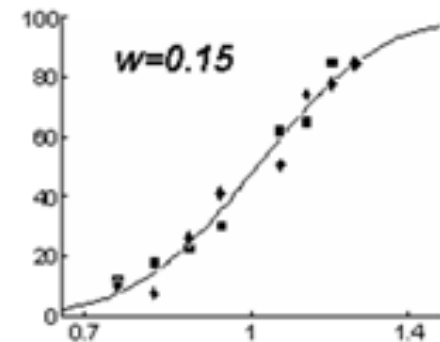
Bambini prescolari



Bambini di 10 anni

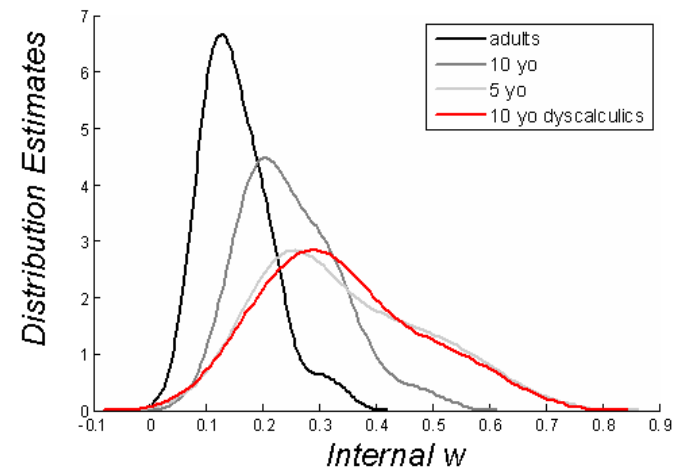
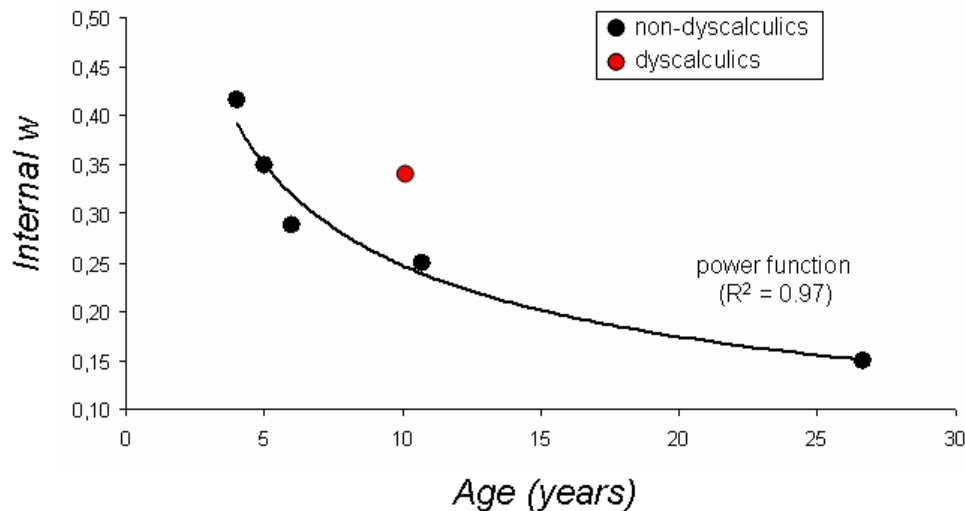


Giovani adulti

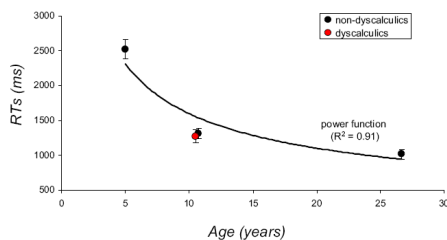


Piazza, .., Zorzi (2010, *Cognition*)

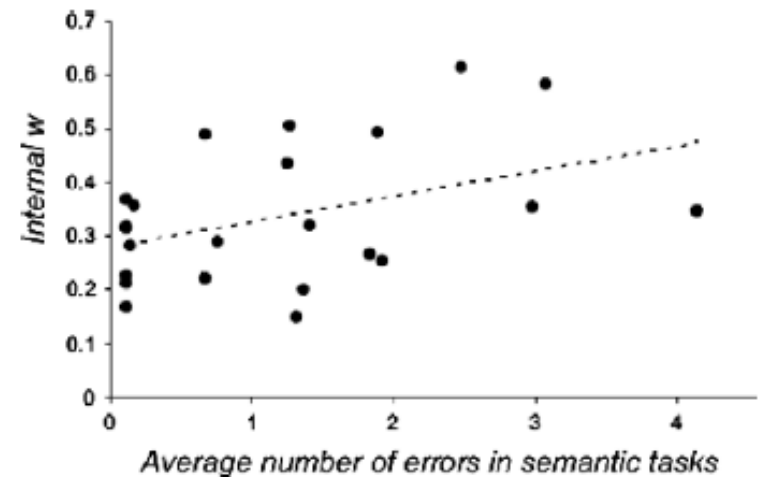
Deficit di *acuità numerica* nella discalculia evolutiva



Una forte deviazione dell'indice *w* rispetto ai bambini di pari età è indice di disfunzione di ANS (qui ritardo nello sviluppo di circa 5 anni)

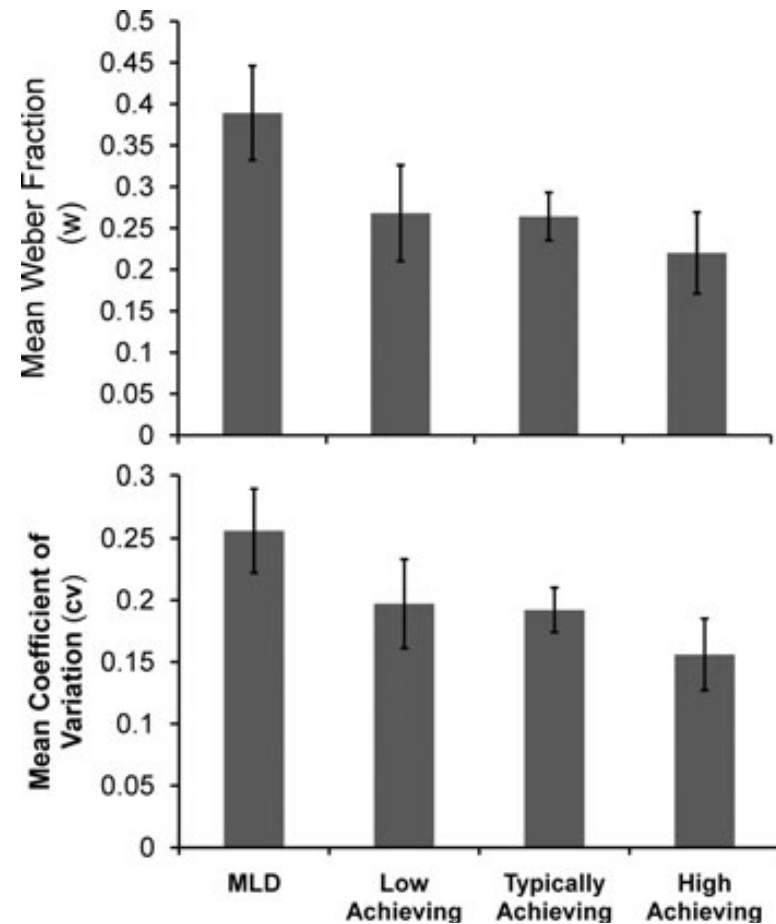
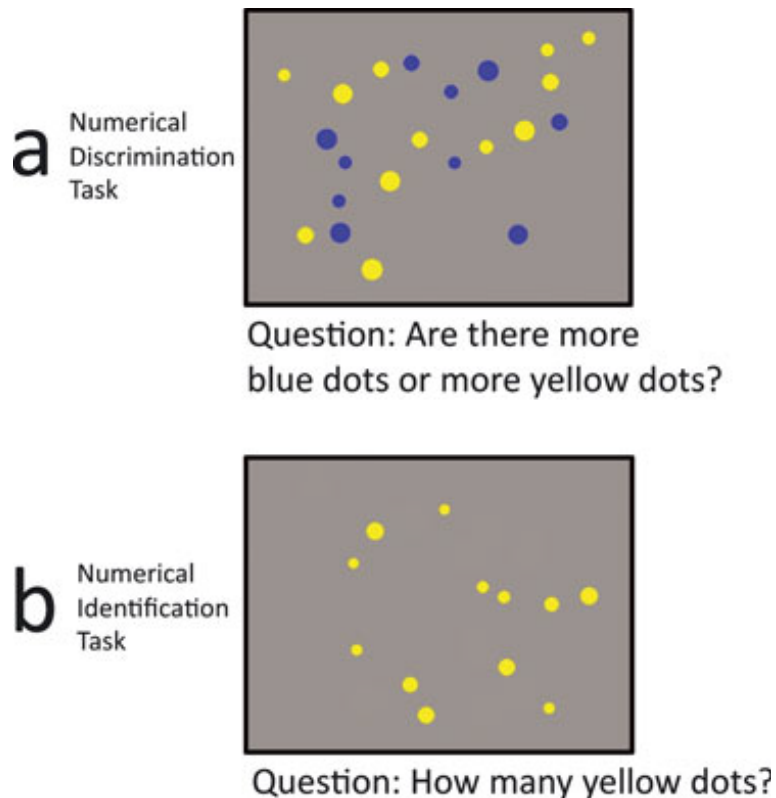


NB: DD non sono più lenti!

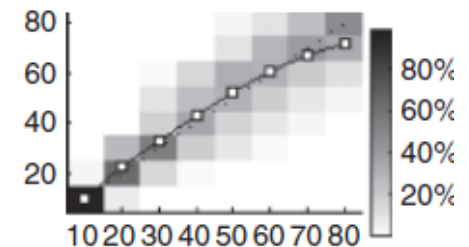


w correla con abilità numeriche misurate in batteria neuropsicologica

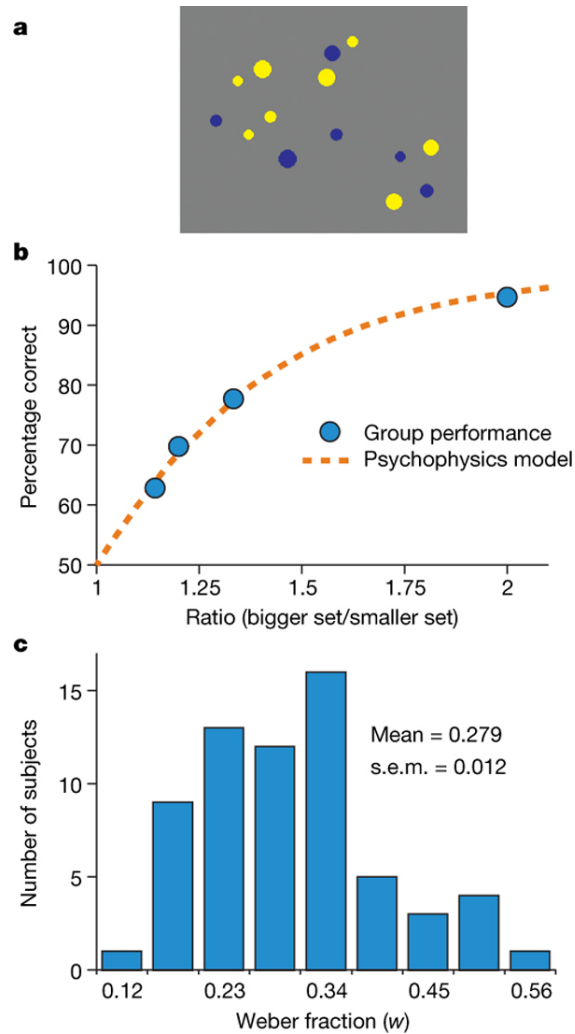
Acuità numerica e discalculia



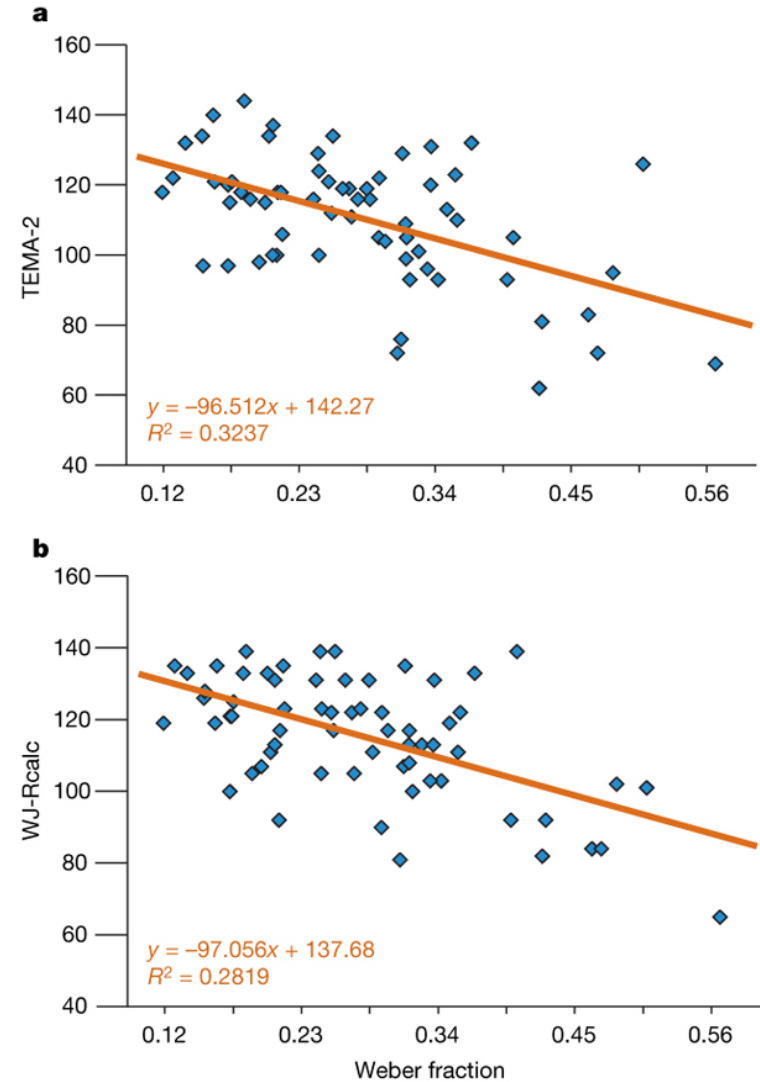
Il coefficiente di variazione (cv) è un indice della precisione di rappresentazione nel compito di **stima di numerosità**
cv: deviazione standard della risposta diviso per la media della risposta



L'acuità numerica correla con le abilità matematiche

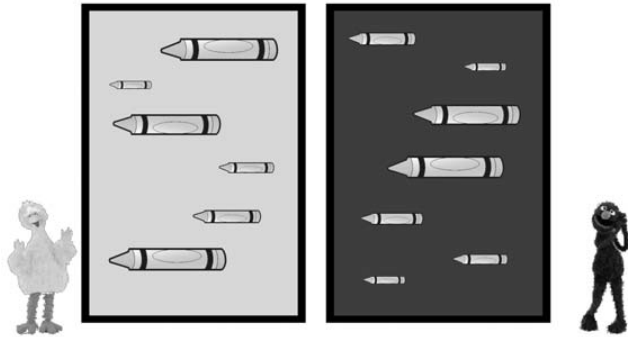


64 bambini di 14-15 anni



Correlazioni con test di abilità matematiche a 8 anni

L'acuità numerica a 4 anni predice le abilità matematiche in prima elementare



"Who has more crayons?"

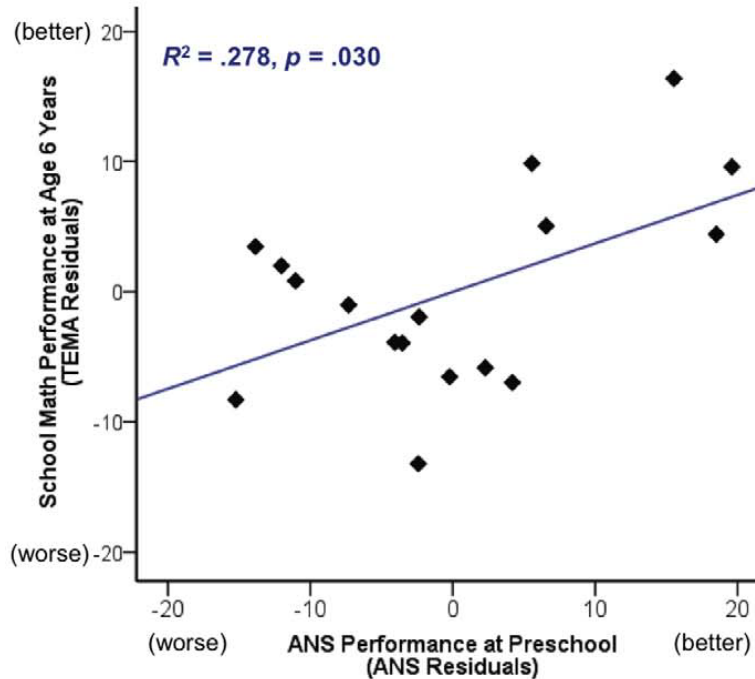
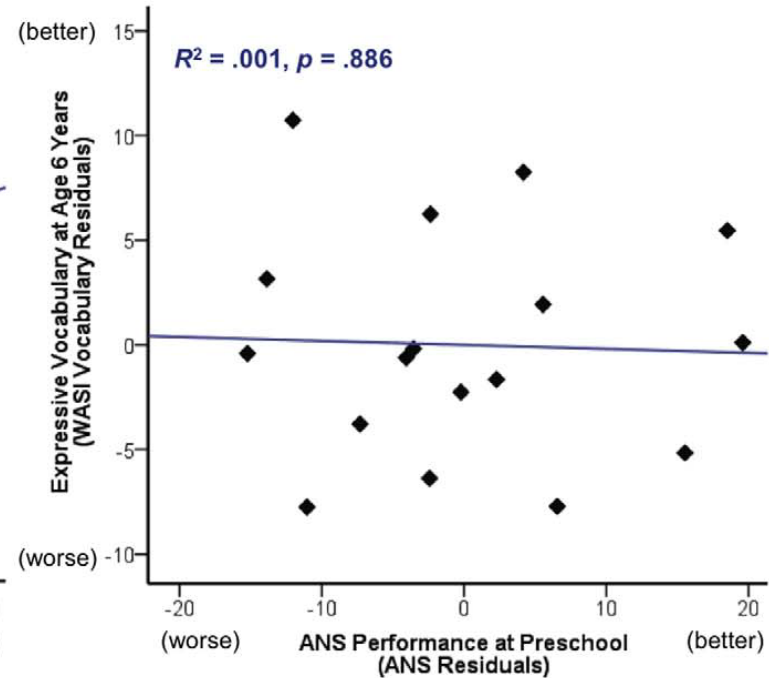


Table 1. Participant ages at, and time intervals between, preschool and follow up assessments in years and months (N = 17).

Time Point	Mean	Std. Deviation	Age Range
Age at Preschool	4; 2	0; 4.5	3; 5 to 4; 11
Age at Follow up	6; 8	0; 4.2	6; 2 to 7; 5
Interval between assessments	2; 6	0; 2.8	2; 0 to 2; 9



Problemi per il modello ANS?

1. **La relazione tra senso dei numeri apprendimento mathematico è debole o assente.** Potrebbe dipendere da abilità visuospatiali (incluso memoria) e di inibizione (De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, 2013; Fuhs & McNeil, 2013; Gilmore et al., 2013; Szuc et al., 2013)
2. **ANS non esiste.** Il confronto di numerosità è influenzato da indizi visivi non-numeric (Gebuis, Cohen Kadosh, & Gevers, 2016; Gebuis & Reynvoet, 2012). Proposta di sistema generale di codifica della quantità (non specifico per numero; Leibovich et. 2017)
3. **Il deficit di acuità numerica nella discalculia è un deficit di inibizione.** Non riguarda la rappresentazione numerica ma la capacità di inibire indizi visivi irrilevanti nel confronto di numerosità (Bugden & Ansari, 2016)
4. **La relazione tra ANS ed apprendimento del sistema simbolico dei numeri è poco chiara.** L'ANS potrebbe essere poco importante (Carey, 2004) e la relazione potrebbe anche essere inversa (Negen & Sarnecka, 2014)

La relazione tra senso dei numeri (ANS) e abilità matematiche formali è affidabile

Libertus, Feigenson, & Halberda, 2013, *JECP*

Lourenco, Bonny, Fernandez, & Rao, 2012, *PNAS*

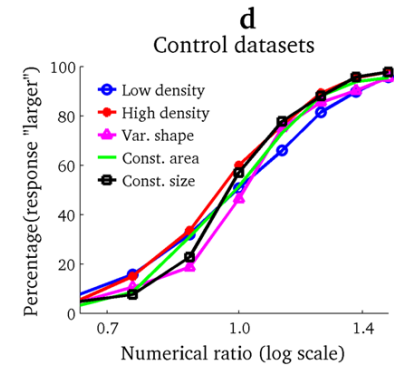
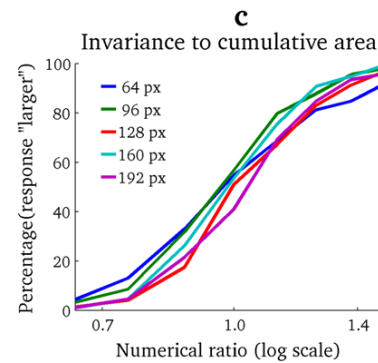
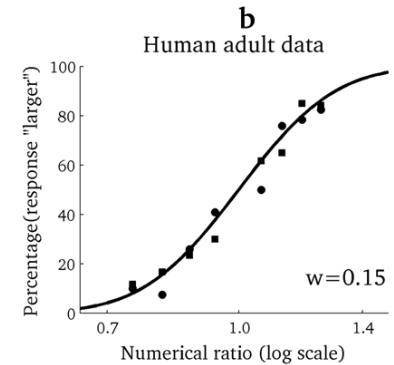
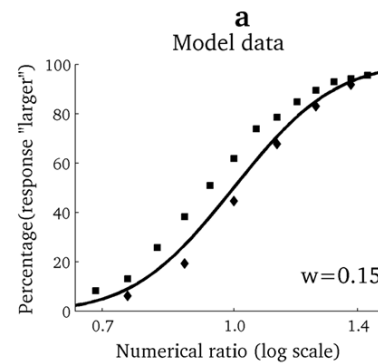
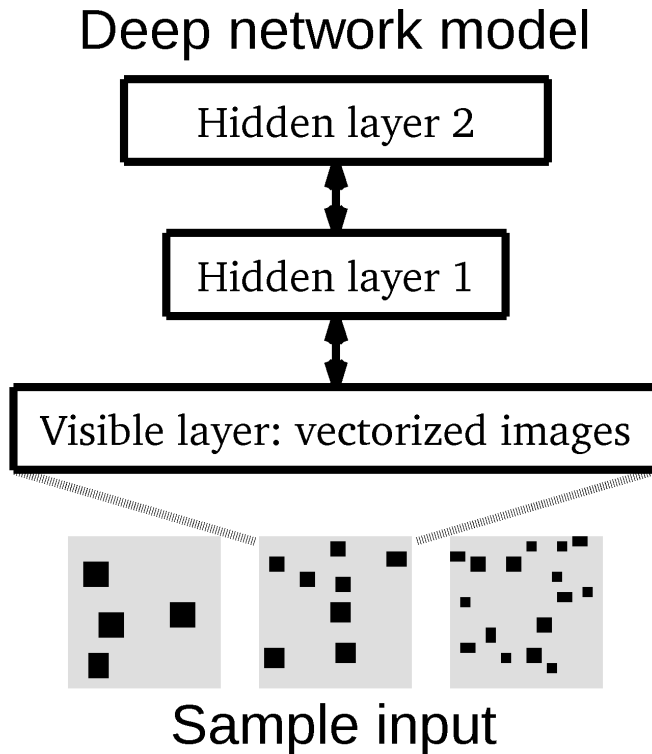
Halberda et al., 2012, *PNAS* (mega-studio >10.000 partecipanti)

Starr, Libertus, & Brannon, 2013, *PNAS*

VanMarle, Chu, Yaoran, & Geary, 2013, *Dev. Psychol.*

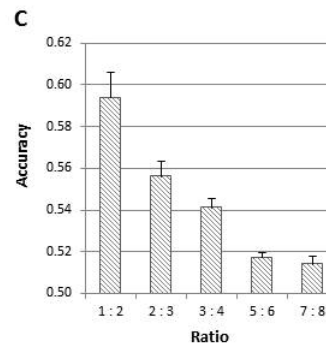
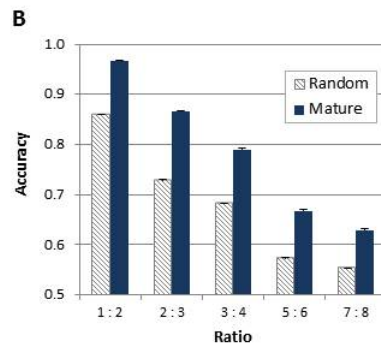
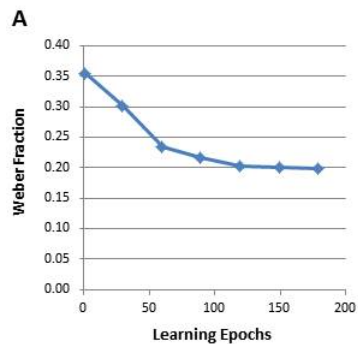
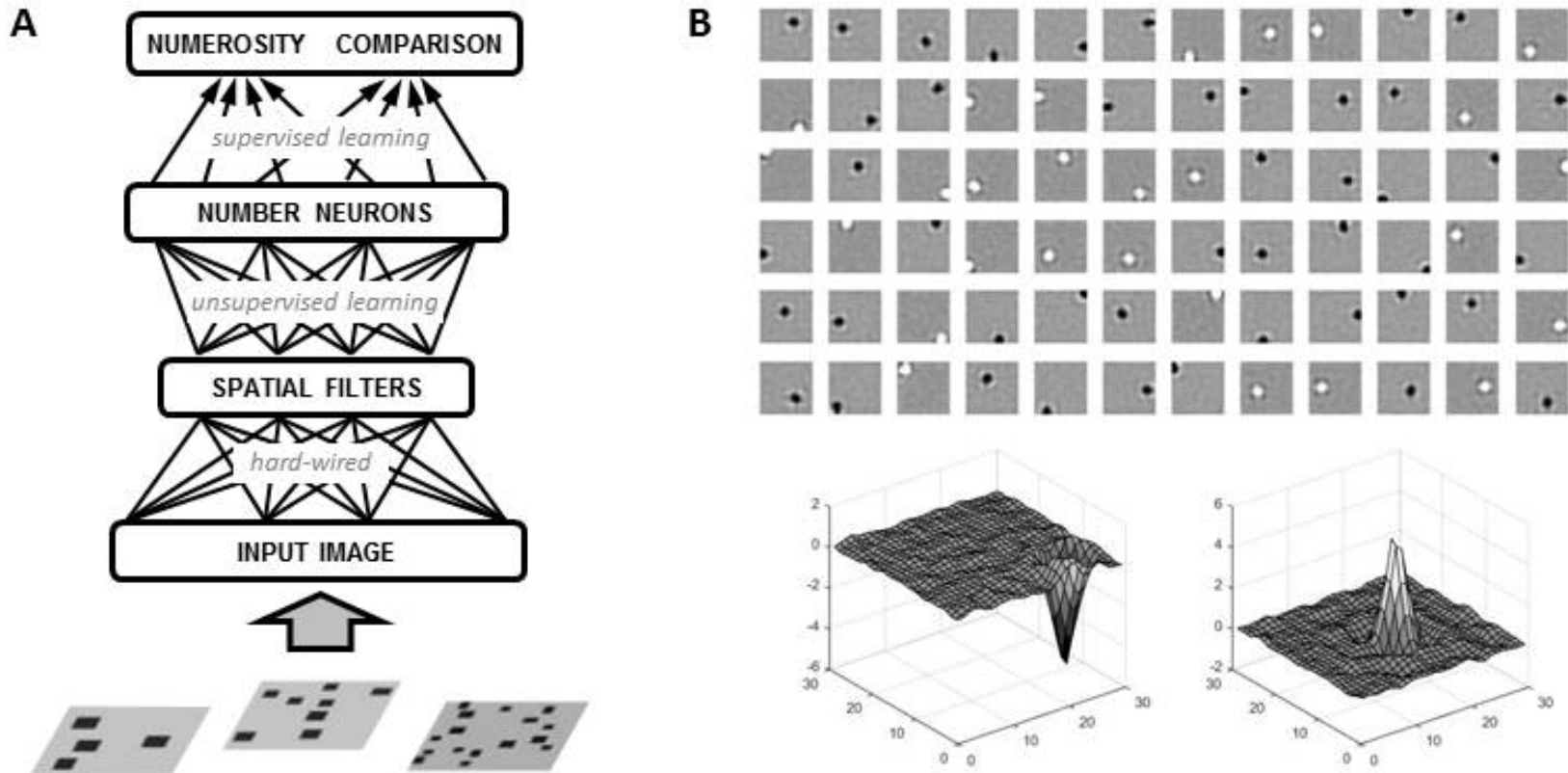
Meta-analisi (Fazio, .., Siegler, 2014, *JECP*; Schneider et al., 2016, *Dev. Sci.*) confermano che relazione è affidabile. E' più debole rispetto a quella con confronto di quantità su base simbolica. E' possibile che la relazione si indebolisca con l'età, soprattutto nello sviluppo tipico.

Il senso dei numeri (ANS) emerge in una rete neurale artificiale



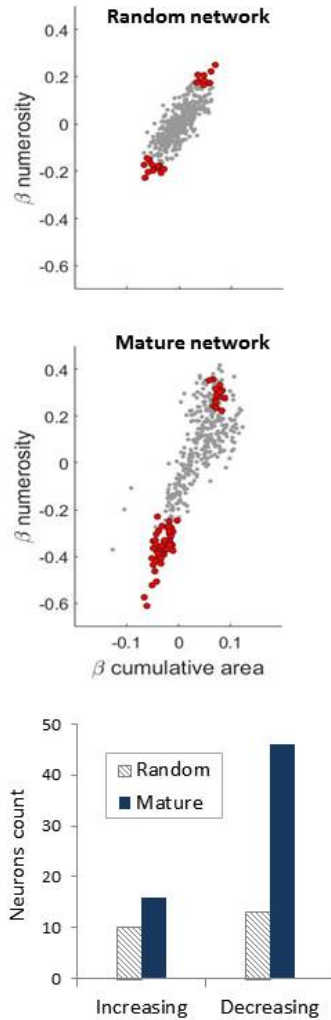
- la numerosità è una proprietà visiva che emerge senza apprendimento esplicito (è «apprendimento statistico» da sola osservazione)
- la numerosità viene estratta in modo invariante da altre proprietà visive (es. area cumulativa) attraverso un meccanismo di «normalizzazione» (v. oltre)

Il senso dei numeri emerge da abilità visuospatiali di base

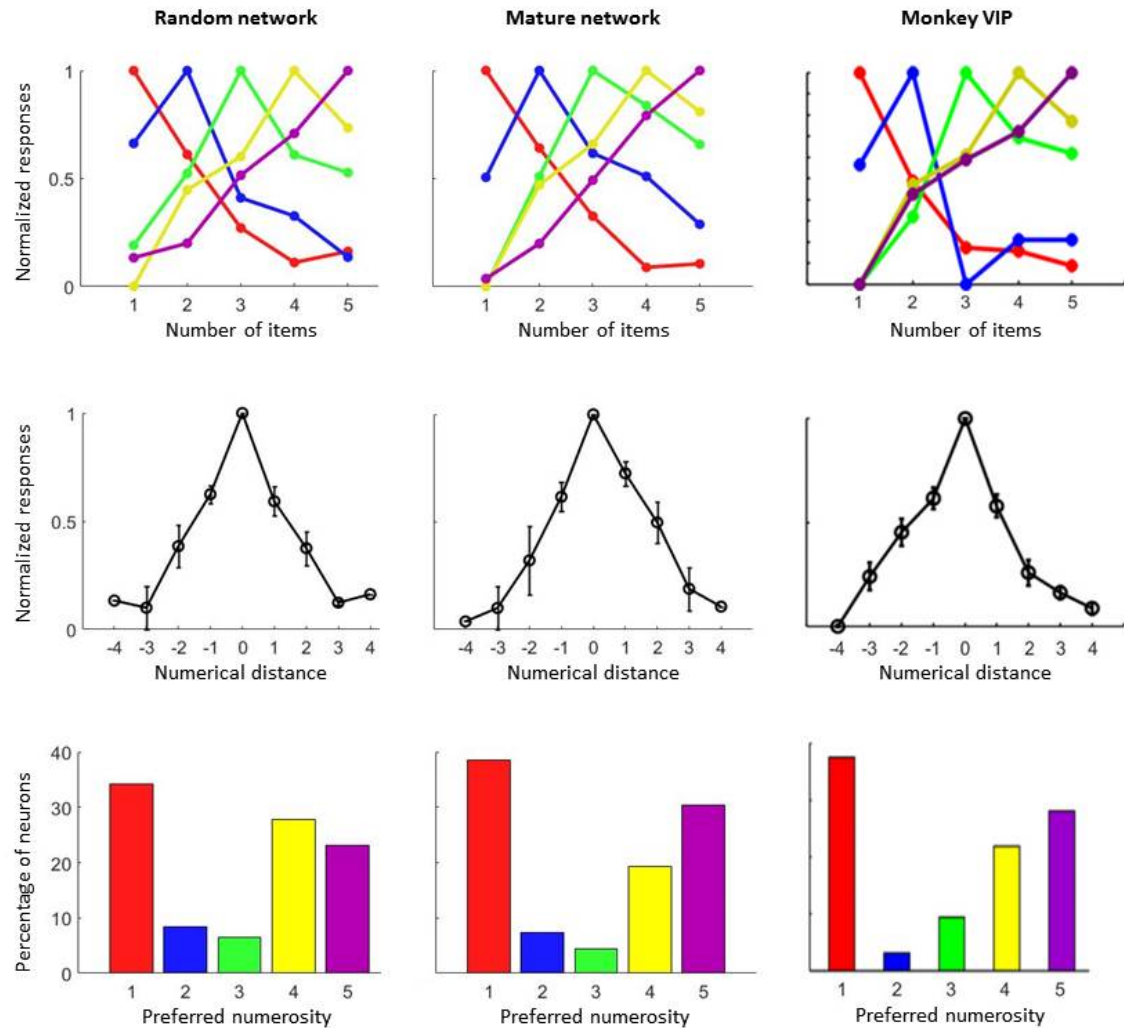


Neuroni numerici

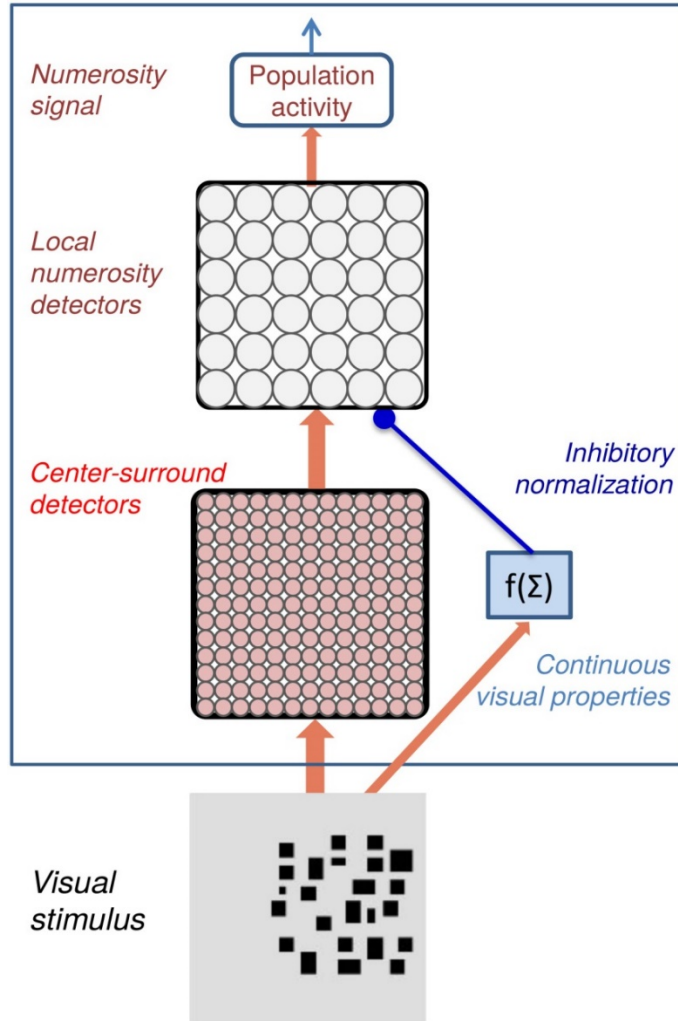
A Summation coding



B Numerosity-selective coding



Il ruolo dell'inibizione

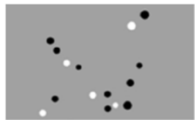


Astrarre le proprietà visiva richiede un meccanismo di «normalizzazione» che ha una natura inibitoria

La normalizzazione può fallire?

- **condizioni limite**
 - Indizi visivi fortemente incongruenti con la numerosità
- **meccanismo inefficiente (deficit)**
 - anziani (Cappelletti et al., 2014)
 - discalculia (Budgen & Ansari, 2016)

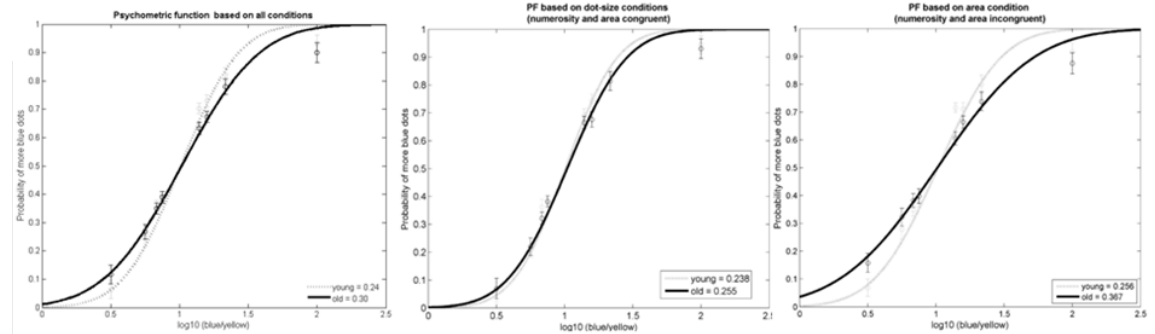
Indizi visivi e confronto di numerosità



Dot-size controlled trial: numerosity and area are correlated (congruent trials)

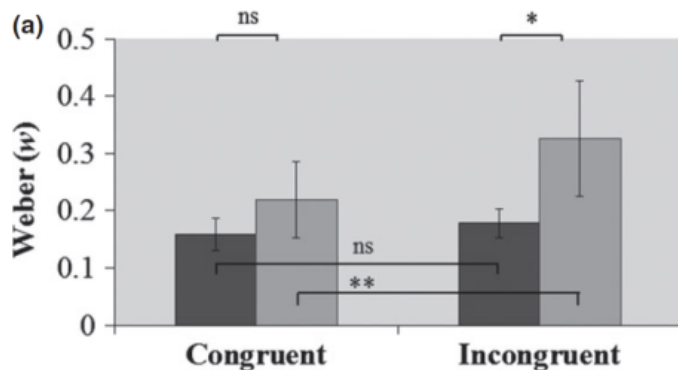


Area controlled trial: numerosity and dot-size are inversely correlated (in congruent trials)



- L'acuità numerica negli **anziani** è ridotta, ma solo nelle prove in cui la numerosità è incongruente con l'area
- La prestazione nei trial incogruenti è correlata con il tipico deficit dei processi inibitori nella vecchiaia

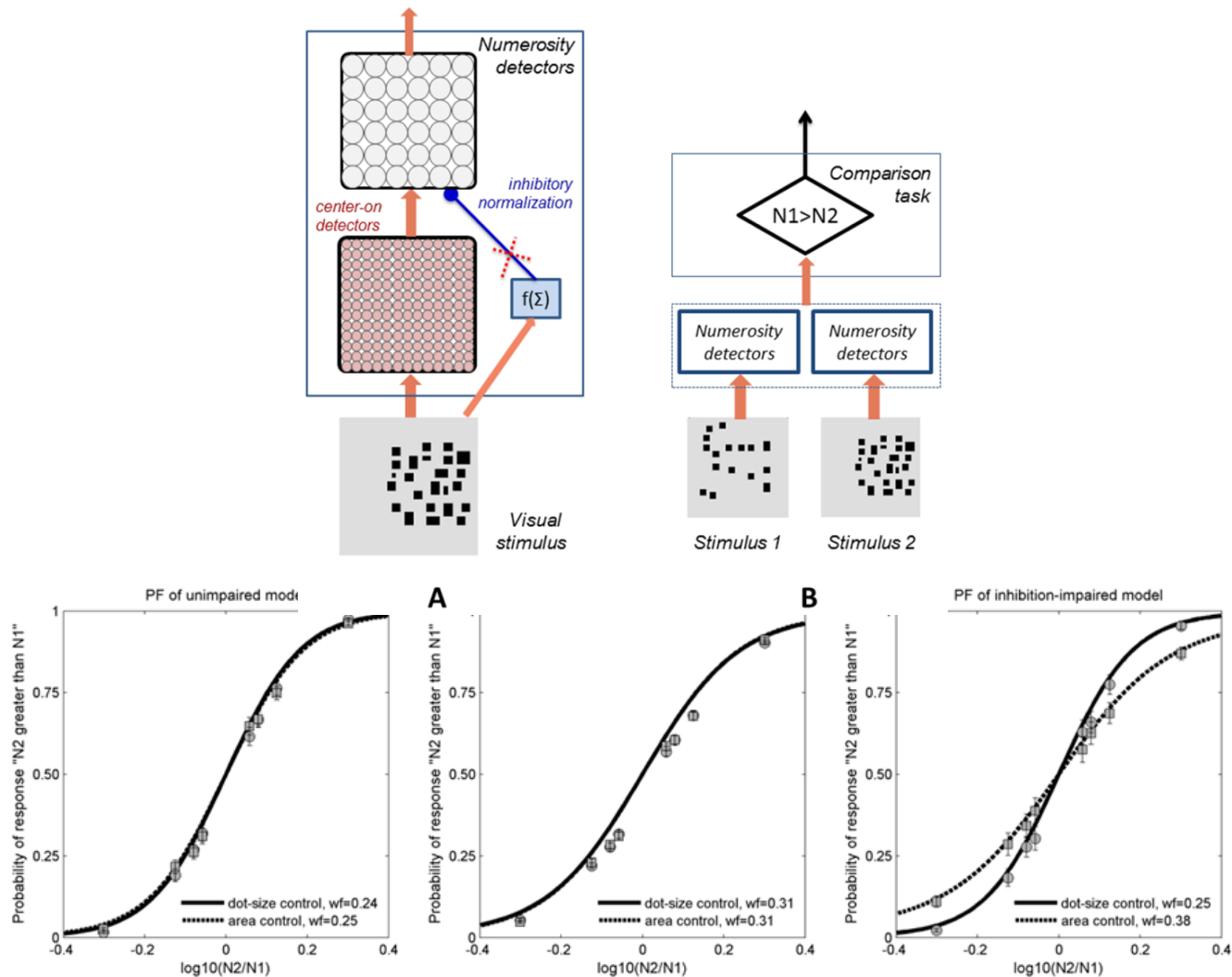
Cappelletti, .., Zorzi, 2014, *Cognitive Psychology*



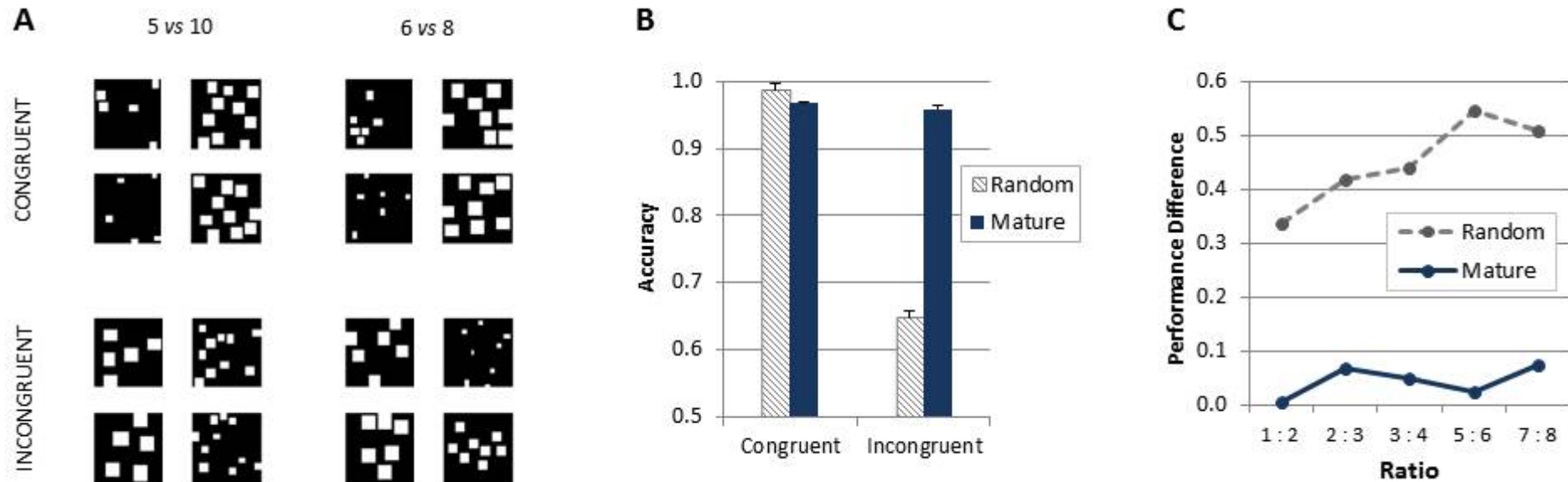
L'acuità numerica nei **bambini discalculici** mostra un deficit marcato solo nelle prove incongruenti

Budgen & Ansari, 2016, *Developmental Science*

Il declino dell'acuità numerica nella vecchiaia dipende dall'inefficienza del meccanismo di normalizzazione (indebolimento sinapsi inibitorie)

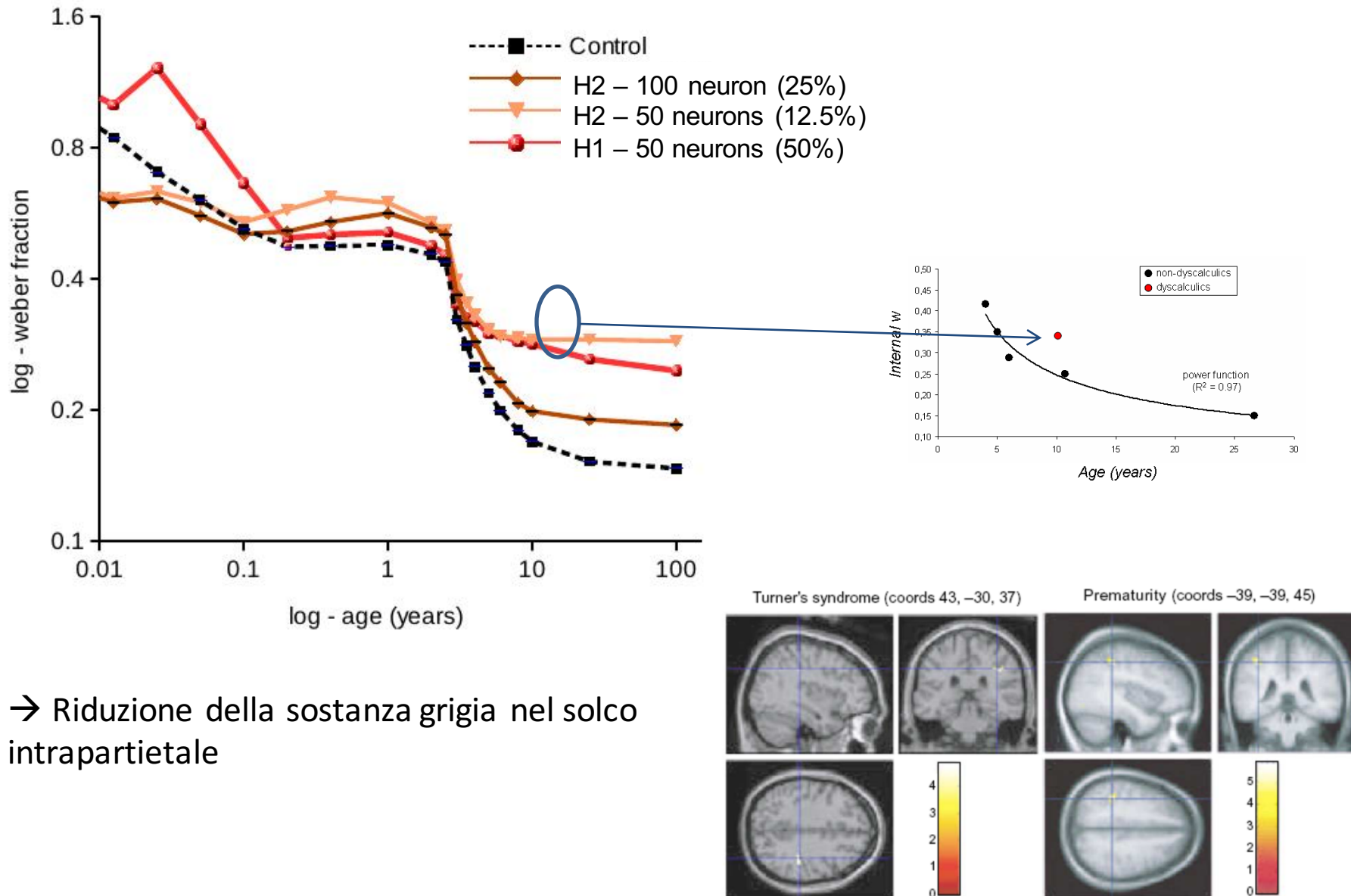


Il meccanismo di normalizzazione diventa di più efficiente attraverso la semplice esperienza visiva di insiemi di oggetti



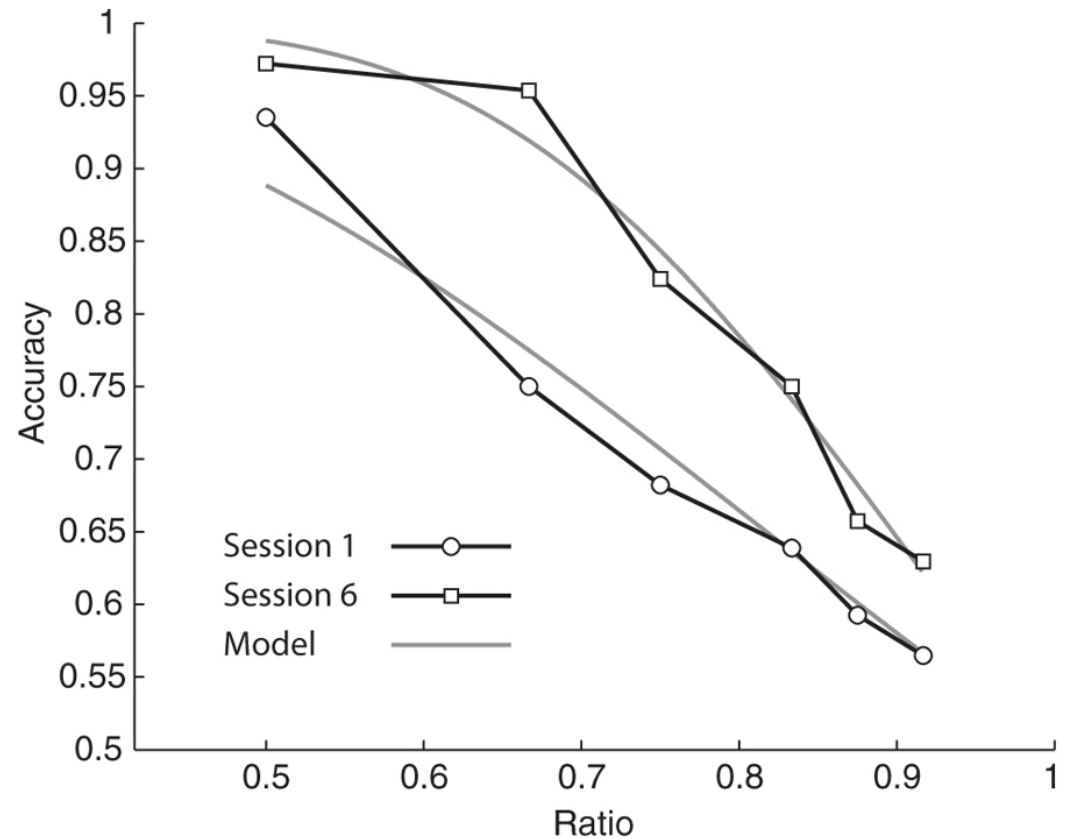
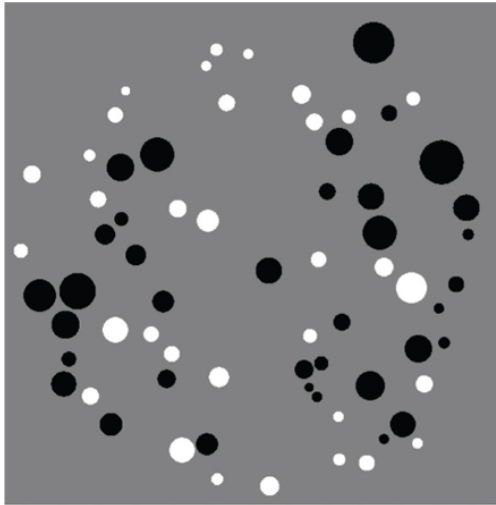
- La difficoltà nelle prove incongruenti diminuisce con il progredire dell'esperienza visiva di insiemi di oggetti
- La difficoltà con le prove incongruenti è concentrata sui rapporti numerici più difficili da discriminare

La limitazione di risorse neurali causa una traiettoria di sviluppo atipico



→ Riduzione della sostanza grigia nel solco intraparietale

Training di ANS: l'acuità numerica è malleabile

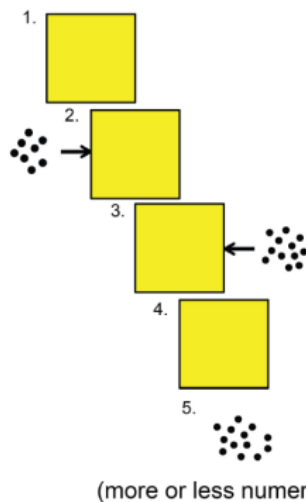


DeWind & Brannon (2012, *Front. Psychol.*): sessioni di training con feedback (adulti)

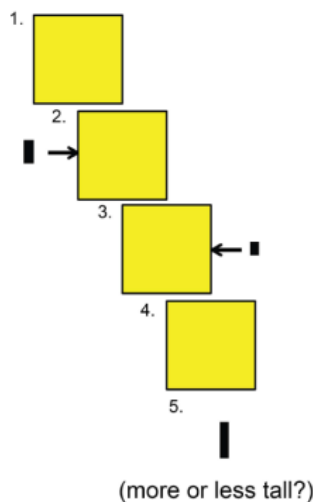
Training di ANS e abilità matematiche

- **Studi su adulti**
- Park & Brannon, 2013 *Psychol Sci*; Park & Brannon, 2014 *Cognition*)
- **Stud su bambini (scuola primaria)**
- Breve training su addizioni (approssimate) o confronto di numerosità produce un miglioramento in un test scritto di matematica (es. addizioni simboliche). Hyde et al. (2014, *Cognition*); Odic et al. (2013, *JEP:GEN*); Kahnun et al. (2016, *Plos One*)

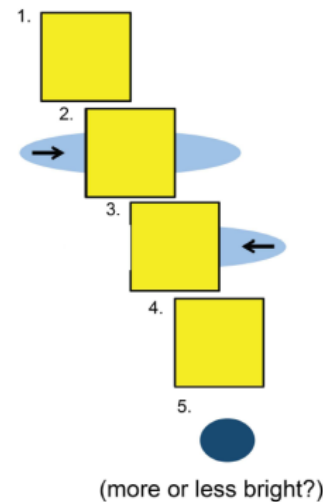
A. Numerical Addition
(Exp. 1 & 2)



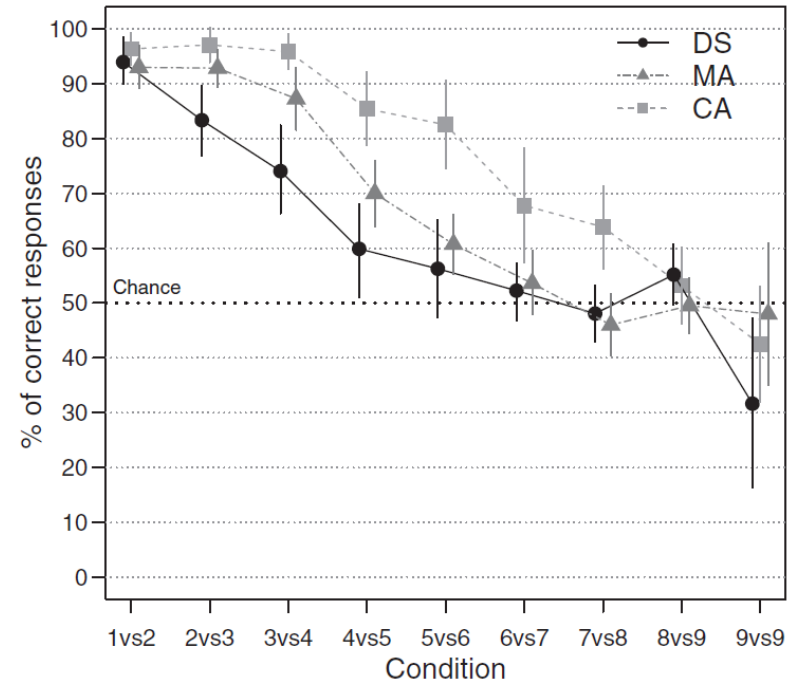
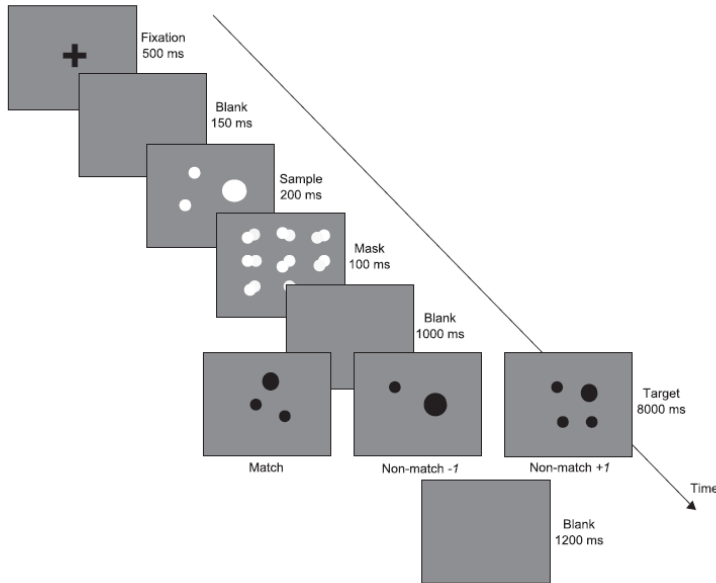
B. Line Length Addition
(Exp. 1 & 2)



C. Brightness Comparison
(Exp. 2)



Il ruolo dell'OTS (subitizing)



Vari studi suggeriscono un deficit di subitizing nella discalculia (accuratezza o velocità)

Landerl et al., 2004

Desoete & Gregoire, 2006

Fischer et al., 2008

Schlefer & Landerl, 2011

Bambini con sindrome di Down (apprendimento matematico tipicamente compromesso) mostrano un grave deficit nel subitizing

Sella, .., Zorzi, 2013, *Res. Dev. Disabil*

Prestare attenzione ai numeri

Spontaneous Focusing On Numerosity (SFON; Hannula & Lehtinen, 2005)

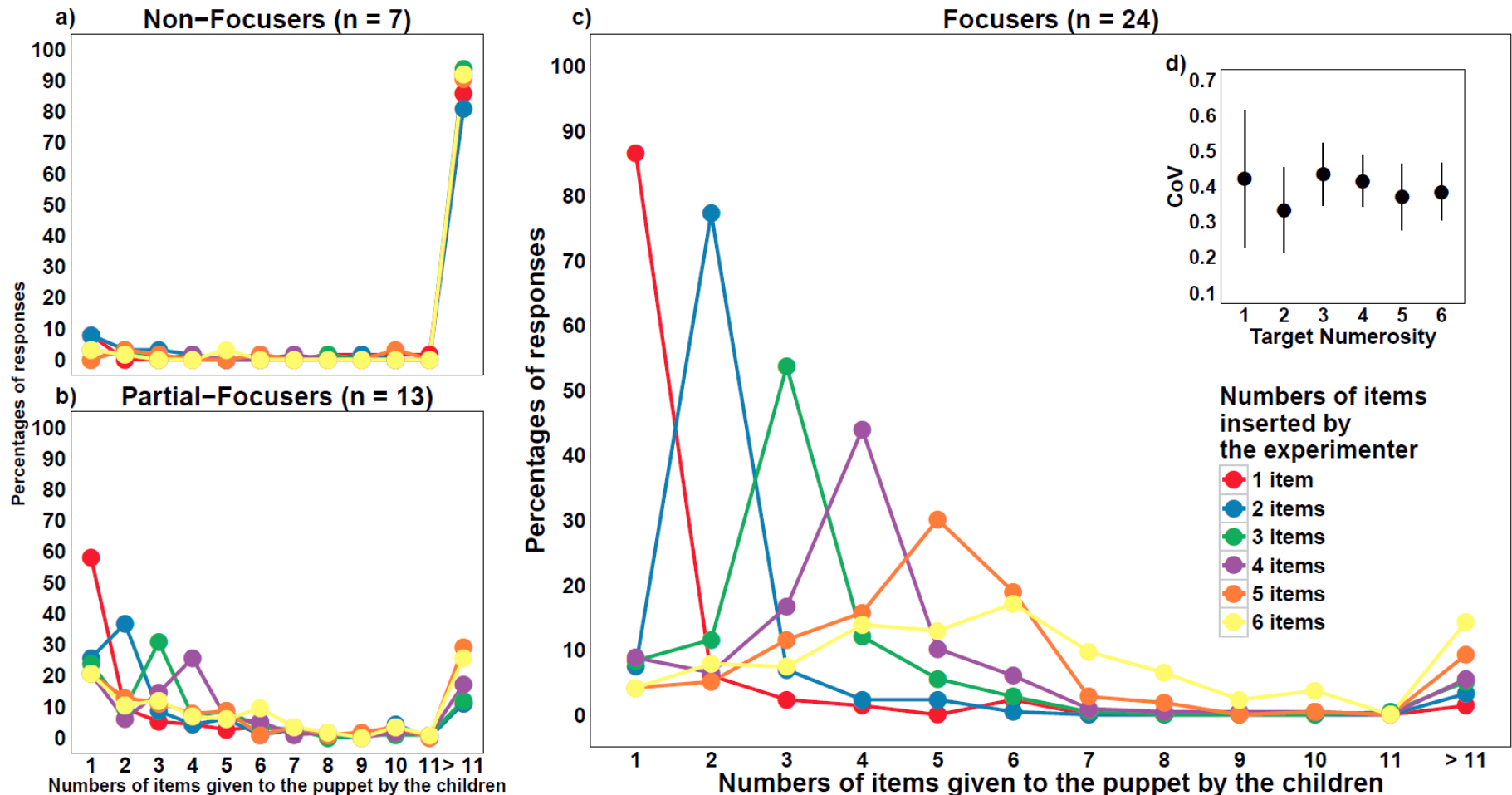
bambini da 3 a 6 anni

compito di imitazione (nessun indizio numerico)

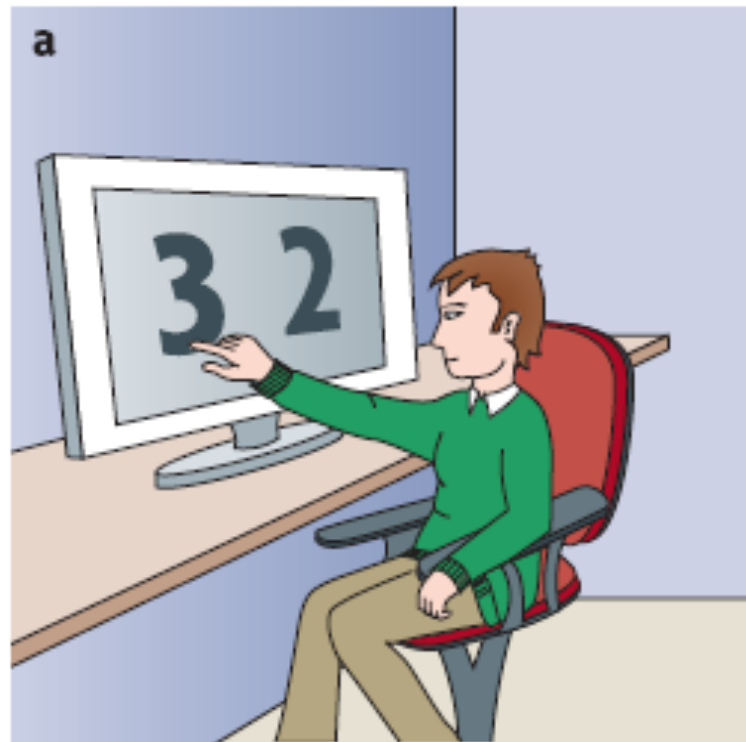
- ampie differenze individuali nel focusing
- l'attenzione spontanea alla dimensione numerica correla con abilità matematiche ad un follow-up longitudinale

L'attenzione alla numerosità permette un conteggio non-verbale a 2-3 anni

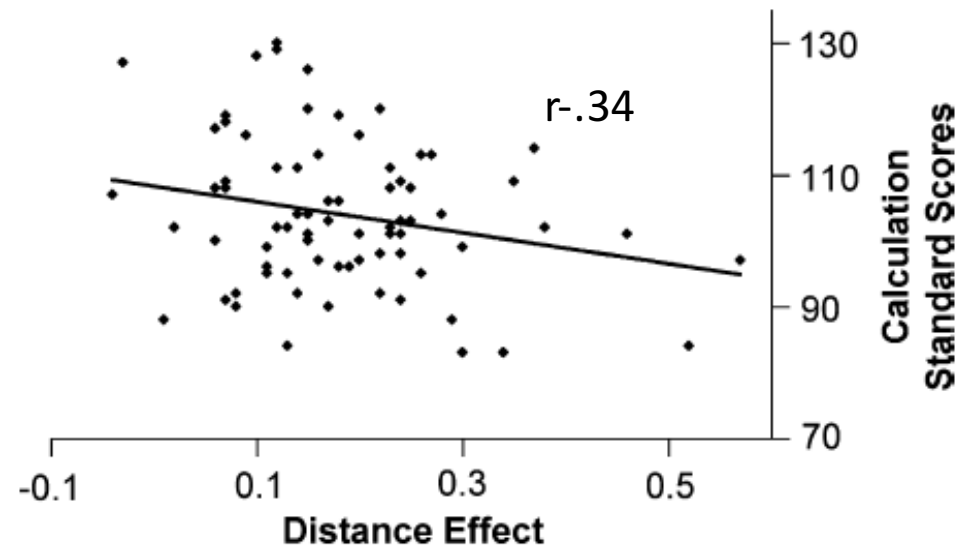
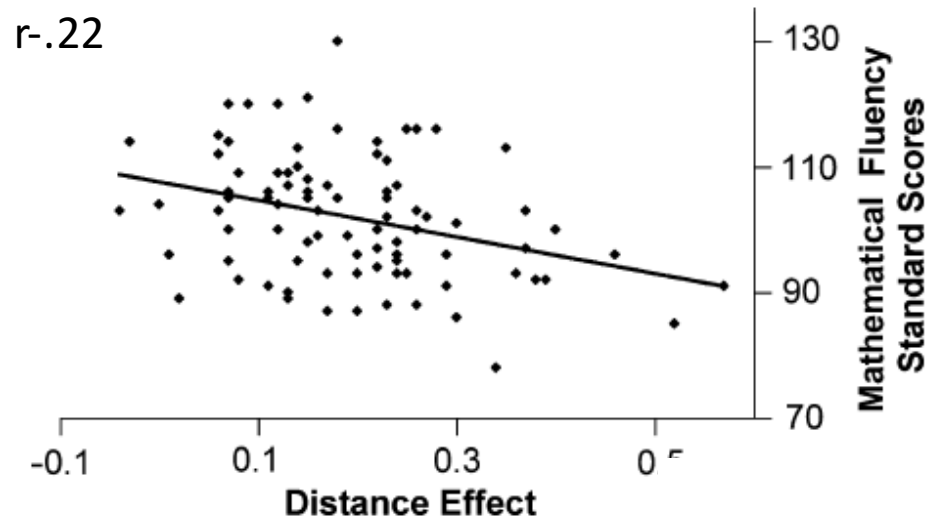
Compito di imitazione - 44 bambini età media 2 anni e 6 mesi



Oltre il senso dei numeri



L' effetto distanza correla con le abilità matematiche



Confronto di grandezza nella discalculia evolutiva: deficit di accesso?

I discalculici sono più lenti ed meno accurati dei bambini di pari età nel confronto di grandezza con numeri arabi.

Landerl et al. (2004, *Cognition*)

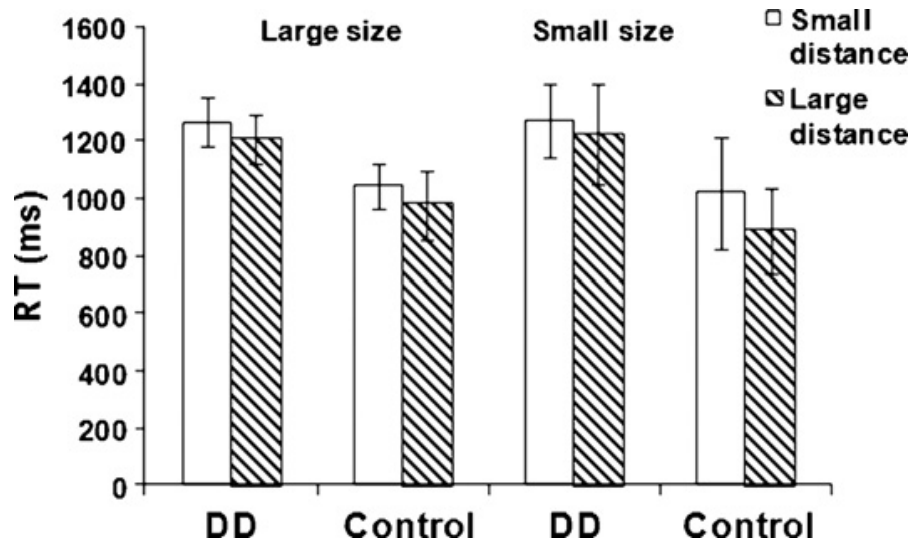
Rouselle e Noel (2006, *Cognition*)

Iuculano et al. (2008, *Dev. Science*)

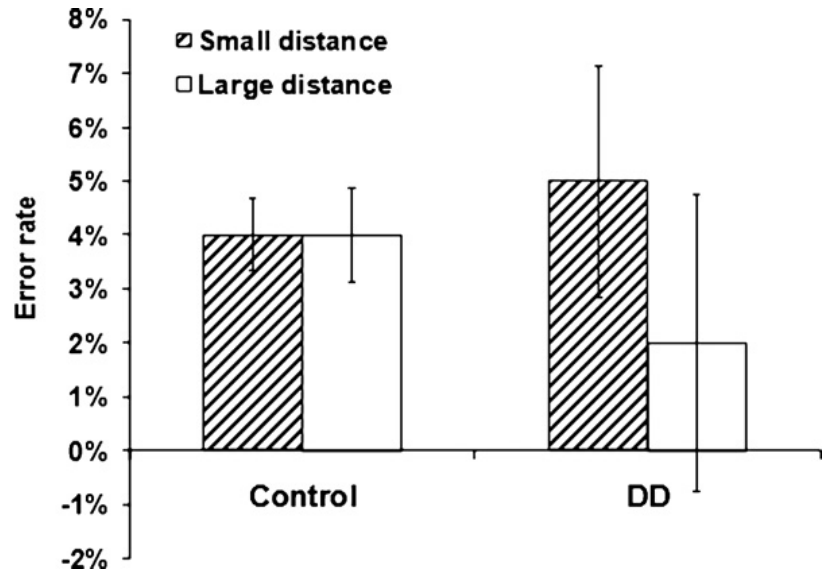
Ashkenazi et al. (2009, *Cog. Dev.*)

Rouselle e Noel propongono che la difficoltà principale è di accesso alla grandezza numerica dai simboli (**deficit di accesso**) i

Effetto distanza nella discalculia



N=13 DD, 16 CA



Ashkenazi et al., 2009, Cog. Dev.

Mapping spaziale nella discalculia

TABLE 3
Percentage of Children Using Linear and Logarithmic Strategies
for Number Line Placements

	<i>1st Grade Strategy</i>			<i>2nd Grade Strategy</i>		
	<i>Linear M</i>	<i>Log M</i>	<i>Ambiguous M</i>	<i>Linear M</i>	<i>Log M</i>	<i>Ambiguous M</i>
MLD	24	69	7	37	52	11
LA	36	55	9	56	31	13
TA	42	47	11	64	23	13

Note. MLD = math disabled, LA = low achieving, and TA = typically achieving.

- i DE usano meno spesso la strategia lineare
- quando la usano, fanno più errori di posizionamento

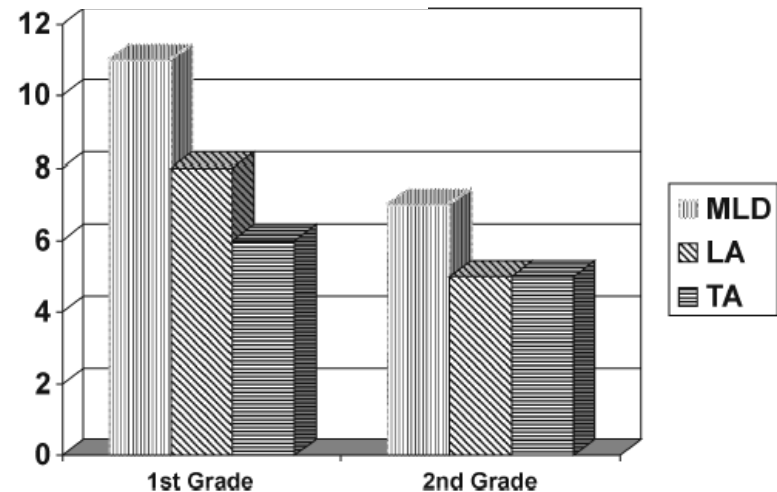
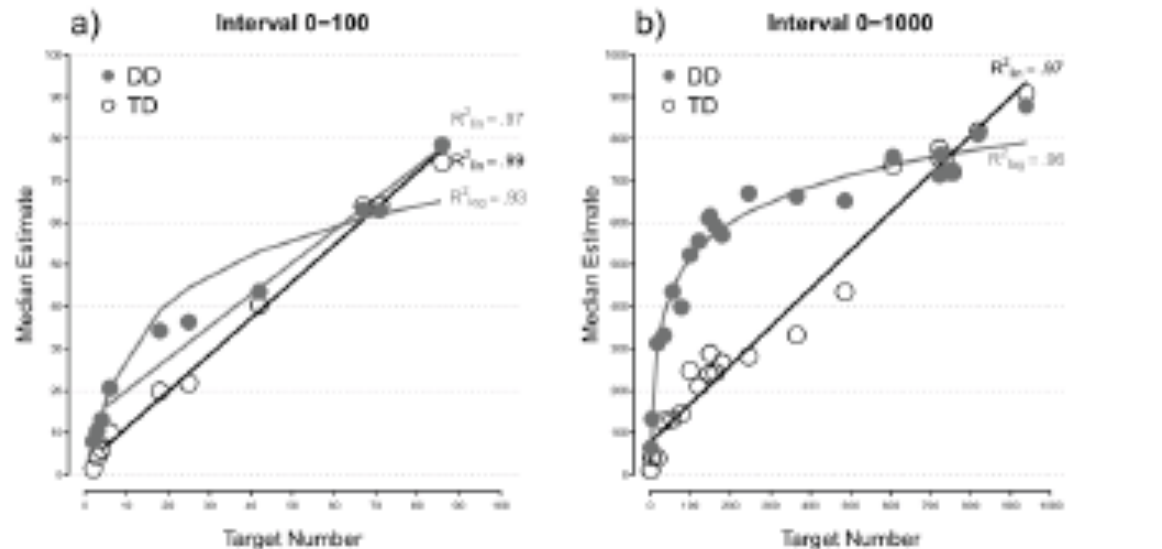


FIGURE 2 Mean degree of error when the linear representation was used to make the number line placements. MLD = math disabled, LA = low achieving, and TA = typically achieving.

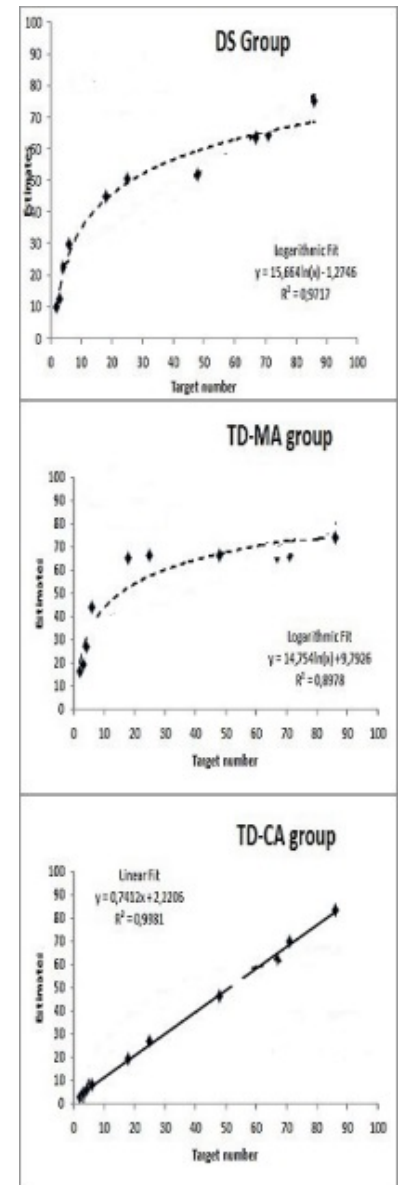
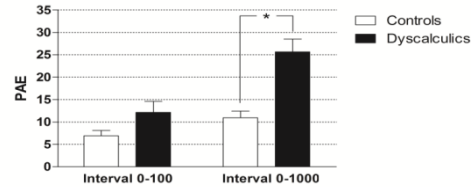
Mapping spaziale come marker di difficoltà in matematica

Pattern di stime in bambini discalculici è logaritmico quando i coetanei mostrano linearità



Sella, ..., Zorzi, 2013, *Learn. Disab.*

Studio su 226 bambini con difficoltà in matematica trova deficit nel compito di linea numerica in oltre un terzo del campione (Bartelet et al, 2014, *Res. Dev. Disab.*)



Stima numerica nella Sindrome di Down Lanfranchi, ..., Zorzi, 2014, *Res. Dev. Disab.*

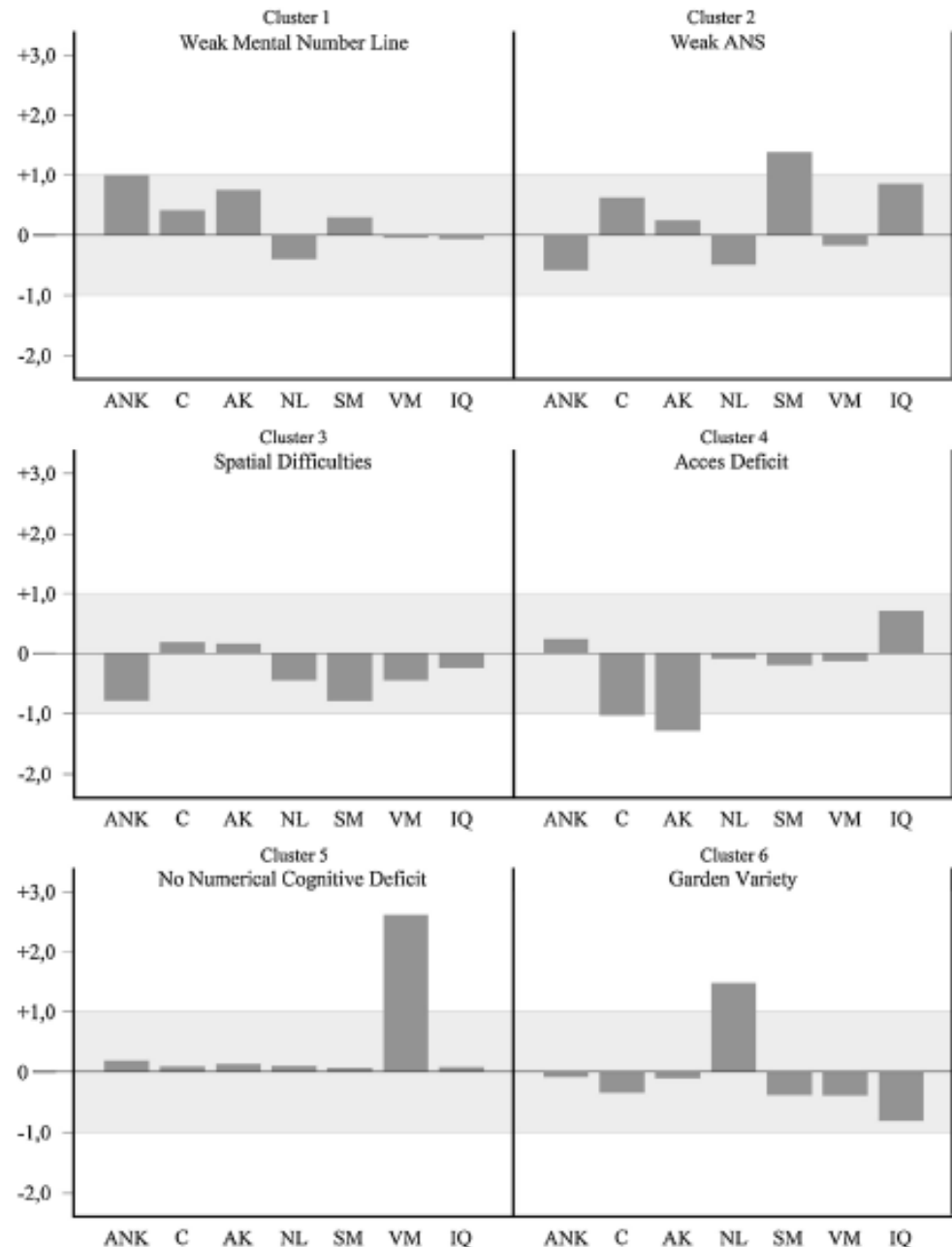
Eterogeneità nei profili di MLD

Bartelet et al., 2014, RDD

226 bambini MLD (3-6
classe), 767 controlli

Raggruppamento (data-
driven) in 6 distinti cluster:

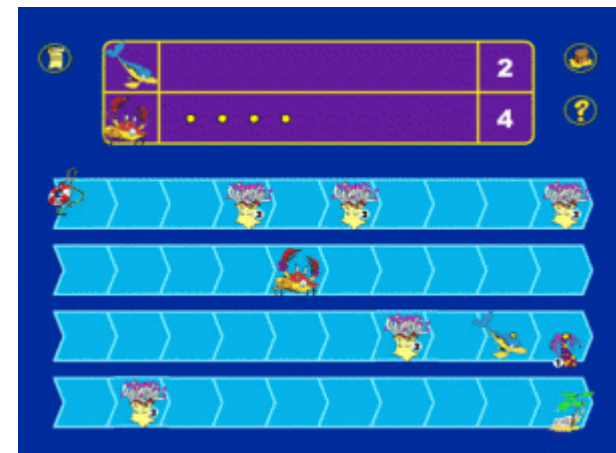
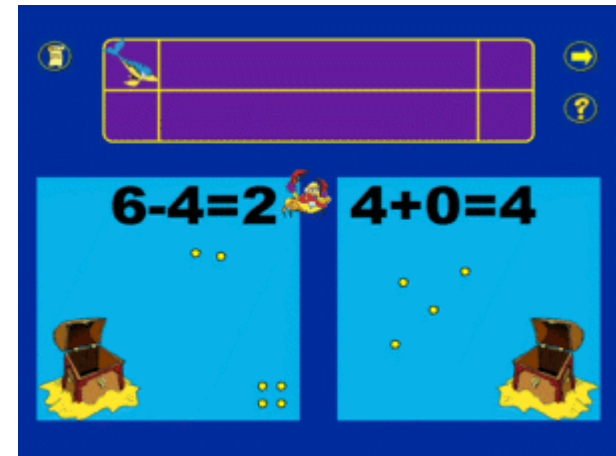
- (a) deficit linea numerica (49)
- (b) deficit ANS (33)
- (c) difficoltà spaziali (49)
- (d) Deficit di accesso (36)
- (e) nessun deficit numerico (19)
- (f) garden-variety (40)



Note. ANK = approximate numerical knowledge, C = counting, AK = Arabic numeral knowledge, NL = number line, SM = spatial short-term working memory, VM = verbal short-term working memory, IQ = nonverbal IQ.

Potenziamento e riabilitazione

“La gara dei numeri” (Wilson e Dehaene, 2006)

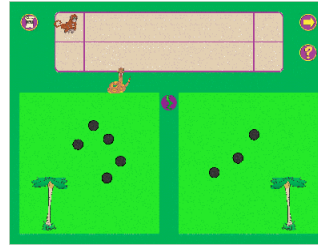


La Gara dei Numeri

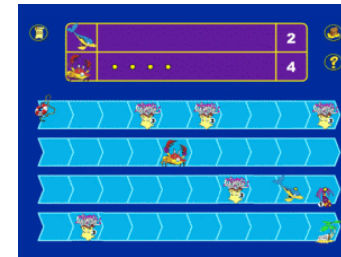
- Adattamento in italiano del videogioco adattivo “The Number Race” (Wilson & Dehaene, 2006)
- **Scopi:** riabilitazione della discalculia e/o potenziamento delle abilità numeriche
- **Principi:** il gioco è basato sulle conoscenze sulle basi cognitive e neurali della cognizione numerica
- **Range età:** bambini 4 – 8 anni

I principi del gioco

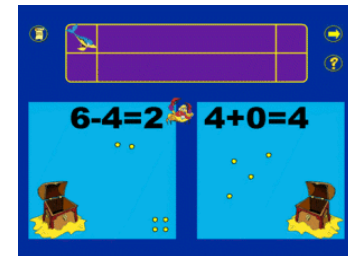
1. Sviluppare il senso dei numeri



2. Cementare i legami tra i diversi codici numerici



3. Comprensione e automatizzazione dell'aritmetica di base

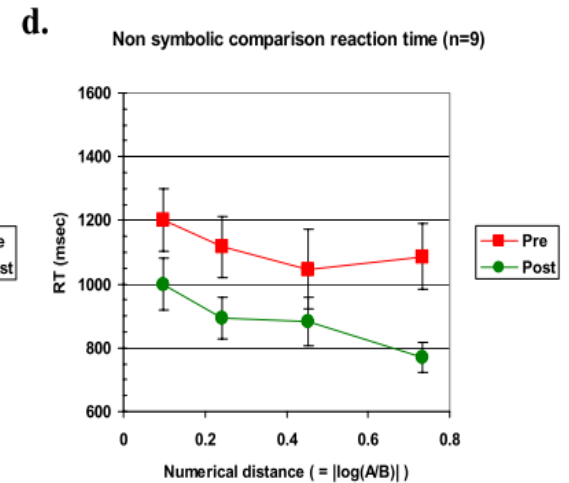
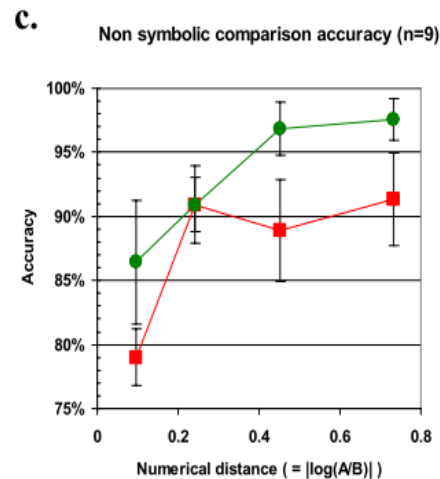
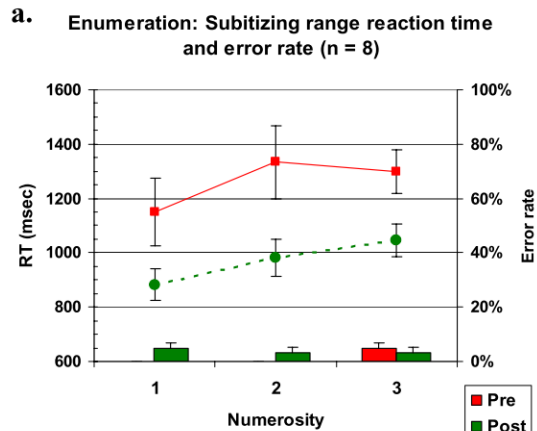
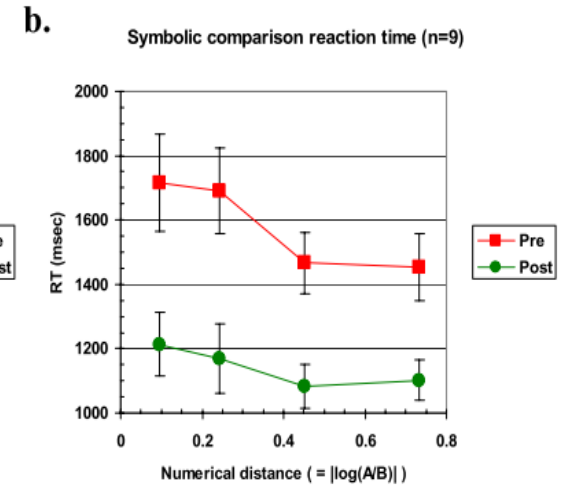
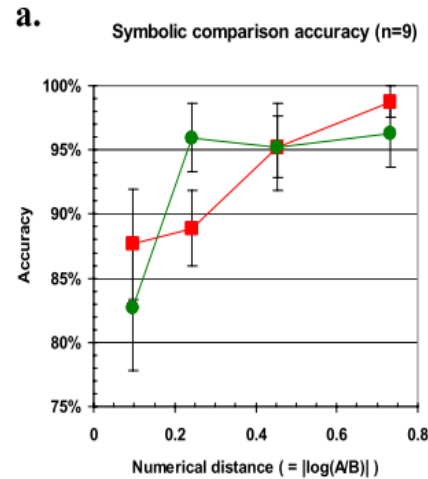
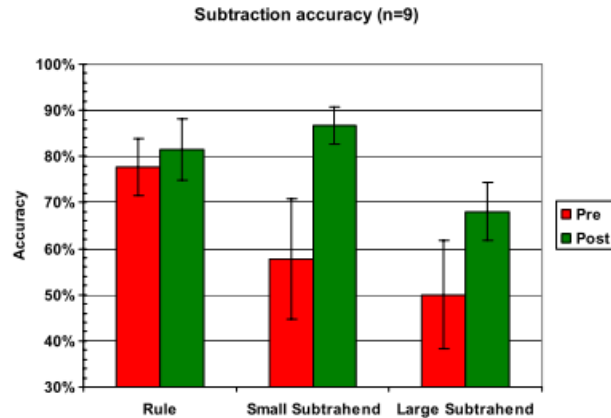


4. Massimizzare la motivazione

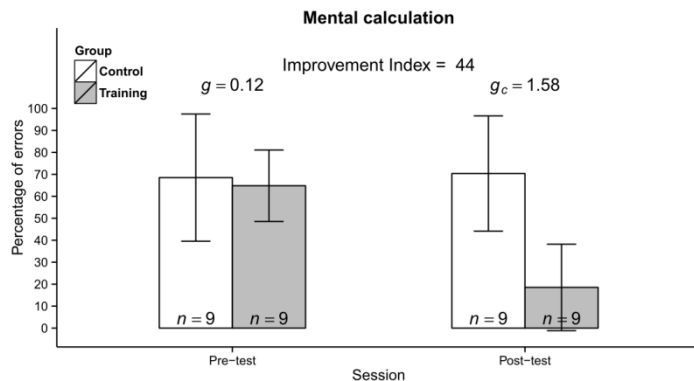
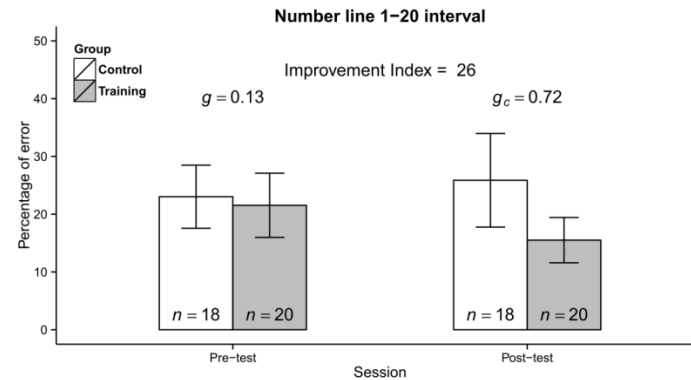
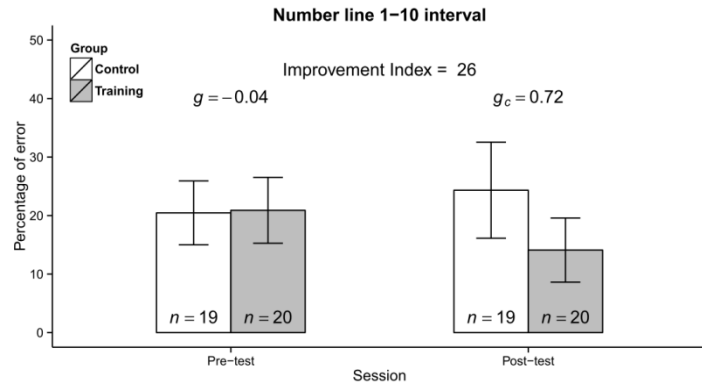


Efficacia del gioco

Wilson et al. (2006): discalculici



Efficacia del gioco

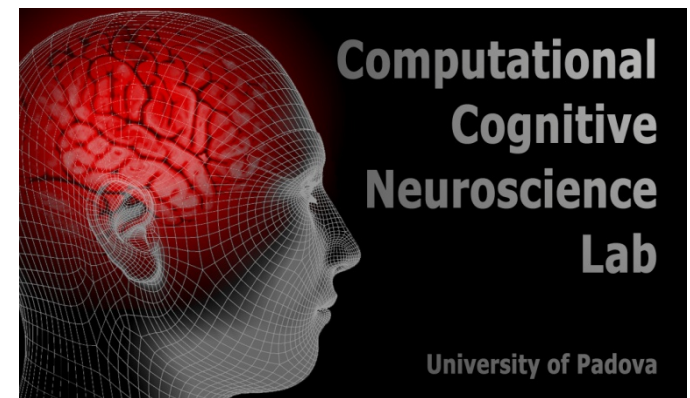


Miglioramenti rilevanti nella stima numerica (linea numerica) e nel calcolo a mente in bambini della scuola per l'infanzia (trial randomizzato)

Sella, .. , Zorzi (2016, *Trends in Neurosci. & Education*)

Conclusioni

1. Le abilità numeriche più complesse e l'apprendimento matematico sono fondate su un rudimentale “senso dei numeri”. I soggetti discalculici mostrano riduzioni dell'acuità numerica che sembra interferire con l'apprendimento matematico.
 2. Costruire una rappresentazione simbolica è un passo fondamentale dell'apprendimento matematico. Questo include la comprensione delle relazioni di grandezza tra numeri arabi che può basarsi sulla capacità di mapping spaziale sulla “linea dei numeri”.
-
1. I markers di disfunzione (o ritardo nello sviluppo) dei processi «core» possono servire per individuare bambini a rischio e per una diagnosi precoce di discalculia, a prescindere dall'apprendimento di competenze matematiche formali
 2. Il training dei processi «core» può trasferirsi ad abilità più complesse come il calcolo mentale



<http://ccnl.psy.unipd.it>

Collaboratori:

Ilaria Berteletti (Washington)

Daniela Lucangeli (Padova)

Francesco Sella (Oxford)

Ivilin Stoianov (Marseille)

Alberto Testolin (Padova)

Funding:



European
Research
Council



Progetti Strtegici
Università d Padova